

Die Wesenszüge der Quantenphysik qualitativ und quantitativ – Entwicklung eines Lehrgangs zu Experimenten mit dem Quantenkoffer

Masterarbeit

im
Studiengang
„Master of Education“
im Fach Physik

an der Fakultät für Physik und Astronomie
der Ruhr-Universität Bochum

von
Jan-Niklas Cleve

aus
Velbert

Bochum 2023

Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit wird die Entwicklung und Erprobung eines Lehrgangs zur Quantenphysik beschrieben, der die Wesenszüge der Quantenphysik nach Küblbeck & Müller (2003) ins Zentrum stellt und durch eine quantitative Beschreibung zur Vorhersage von Wahrscheinlichkeiten bei Messungen ergänzt. Die Wesenszüge werden dabei an Realexperimenten mit dem Quantenkoffer entwickelt. Die Erprobung fand in Form einer Akzeptanzbefragung mit 13 Schülerinnen und Schülern statt. Alle in der Akzeptanzbefragung zugrundeliegenden Kernideen und Konzepte wurden von den Schülerinnen und Schülern akzeptiert, wodurch eine Weiterentwicklung des Lehrgangs und Untersuchung seines Einflusses auf die erreichten Schülervorstellungen sinnvoll erscheint. Während die Ergebnisse der Akzeptanzbefragung mit 13 Teilnehmern nicht zu verallgemeinern sind, deuten diese interessante Tendenzen an, die vermuten lassen, dass der Lehrgang zur Ausbildung adäquater Vorstellungen beitragen kann.

Inhalt

1 Einleitung.....	1
2 Physikalische und fachdidaktische Grundlagen	3
2.1 Die Anfänge der Quantenphysik	3
2.2 Einführung in die Quantenoptik	5
2.2.1 Photonenstatistik	5
2.2.2 Photonenquellen	8
2.2.3 Polarisationszustände von Photonen	10
2.2.4 Interferenz von Einzelphotonen	11
2.2.5 Verschränkung	12
2.2.6 Mathematisierung des Strahlteilers	13
2.3 Deutungen der Quantenphysik	14
2.4 Quantenkryptographie	17
2.5 Bestehende Unterrichtskonzepte zur Quantenphysik	18
2.5.1 Bestehende Unterrichtskonzepte	18
2.5.2 Die Wesenszüge der Quantenphysik.....	21
2.5.3 Der Zeigerformalismus.....	22
2.6 Schülervorstellungen zur Quantenphysik	23
2.7 Die curriculare Verankerung.....	25
2.8 Der Quantenkoffer.....	27
3 Entwicklung des Lehrgangs	31
3.1 Zielsetzung des Lehrgangs.....	31
3.2 Entwicklung der Sachstruktur des Lehrgangs.....	31
3.3 Die Ausgestaltung der Kernelemente im Lehrgang.....	38
3.3.1 Die Unteilbarkeit von Photonen	38
3.3.2 Die stochastische Vorhersagbarkeit	42
3.3.4 Die Fähigkeit zur Interferenz	47
3.3.5 Die Komplementarität.....	51
3.3.6 Die Verschränkung	53
3.3.7 Das BB84-Protokoll	54
3.3.8 Mathematisierung des Strahlteilers	55
3.3.9 Mathematisierung des Polarisationsfilters	58
4 Akzeptanzbefragung	60
4.1 Die Methode der Akzeptanzbefragung	60
4.2 Die Planung und der Ablauf der Akzeptanzbefragung	62
4.3 Auswertung der Akzeptanzbefragung	67
5 Die Anpassung des Lehrgangs	78
6 Diskussion der Ergebnisse	82
6.1 Forschungsfrage 1.....	82
6.2 Forschungsfrage 2.....	82
6.3 Forschungsfrage A	83
6.4 Forschungsfrage B	83

6.5 Forschungsfrage C	84
6.6 Forschungsfrage D	84
6.7 Forschungsfrage E	85
<i>Literatur</i>	<i>87</i>
<i>Anhang A</i>	<i>90</i>
Anhang A.1.....	90
Anhang A.2.....	142
<i>Anhang B</i>	<i>143</i>
Anhang B.1.....	143
Anhang B.1.1.....	143
Anhang B.1.2.....	146
Anhang B.1.3.....	156
Anhang B.2.....	158
Anhang B.2.1.....	158
Anhang B.2.2.....	161
Anhang B.2.3.....	173
Anhang B.3.....	175
<i>Anhang C</i>	<i>176</i>
Anhang C.1.....	176
Anhang C.2.....	177
Anhang C.3.....	178
Anhang C.4.....	179
Anhang C.5.....	180

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Nachweis der Antikorrelation am Strahlteiler	6
Abbildung 2: Kohärentes Licht, bunched light und anti-bunched light	7
Abbildung 3: Schematische Darstellung der Parametrischen Fluoreszenz (SPDC)	9
Abbildung 4: Veranschaulichung der SPDC durch Energieniveaus	9
Abbildung 5: Angekündigte Photonenquelle für verschränkte Photonenpaare	9
Abbildung 6: Schematische Darstellung verschiedener Interferometer	11
Abbildung 7: Grafische Darstellung der Bell'schen Ungleichung in der Wigner Form	13
Abbildung 8: Zeigerdiagramme für die Interferenz von Quantenobjekten	23
Abbildung 9: Der Aufbau des Quantenkoffers	27
Abbildung 10: Der Aufbau im Inneren des Quantenkoffers	28
Abbildung 11: Die optischen Bauteile des Quantenkoffers	29
Abbildung 12: Aufteilung von Lichtstrahl und Lichtwelle an einem Stahlteiler	38
Abbildung 13: Schema für die Messung mit Ankündigung	39
Abbildung 14: Gleichzeitigkeit - Was ist eine Koinzidenz?	40
Abbildung 15: Experiments zur Unteilbarkeit am Strahlteiler	40
Abbildung 16: Analoge Darstellung der Schneelawine und Elektronenlawine	41
Abbildung 17: Erzeugung von Polarisations-Zuständen durch SPDC	44
Abbildung 18: Untersuchung des Verhaltens von Photonen am Polarisationsfilter	45
Abbildung 19: Die Darstellung der Messwerte in einem Polardiagramm	45
Abbildung 20: Polarisations-Zustände und Transmissionswahrscheinlichkeiten	46
Abbildung 21: Die wiederholte Polarisationsmessung hinter einem Strahlteiler	47
Abbildung 22: Schematischer Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers mit Glaskeilen	48
Abbildung 23: Laufzeitunterschiede am Glaskeil	48
Abbildung 24: Aufbau des Mach-Zehnder Interferometers im Experiment	49
Abbildung 25: Schematischer Aufbau des Quantenradierer-Experiments	51
Abbildung 26: Wellenfunktionen am Mach-Zehnder Interferometer mit Polarisationsfiltern	52
Abbildung 27: Untersuchung der Verschränkung im Polarisations-Zustand	53
Abbildung 28: Aufbau zur Generierung von Zufallszahlen und Austausch des Schlüssels	54
Abbildung 29: Bedeutung der Vektoren und Strahlteiler-Matrix	55
Abbildung 30: Vektor-Matrix-Multiplikation	56
Abbildung 31: Erste Strahlteiler-Matrix	56
Abbildung 32: Darstellung der Phasenverschiebung am Strahlteiler	57
Abbildung 33: Darstellung der Einträge der Zeilenvektoren durch Zeigerdiagramme	57
Abbildung 34: Darstellung von komplexen Zahlen und Darstellung der Polarisation	59
Abbildung 35: Animierte Rechnung zum Mach-Zehnder Interferometer	79
Abbildung 36: Verschiedene Modellvorstellungen zum Photon als Quantenobjekt	80
Abbildung 37: Animation der Aufteilung von Licht am Strahlteiler	80

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Forschungsfragen bezüglich der Akzeptanz der Key-Ideas.	63
Tabelle 2: Übersicht über die Akzeptanz der Key-Ideas.....	68
Tabelle 3: Bewertung der Paraphrasierung der Schülerinnen und Schüler.....	69
Tabelle 4: Bewertung der Lösung der Aufgaben zu den Key-Ideas	70

1 Einleitung

Die Quantenphysik stellt ein aktuelles, faszinierendes, aber auch komplexes Fachgebiet der Physik dar. „In der Quantenphysik spiegelt sich beispielhaft die moderne Weiterentwicklung des physikalischen Weltbilds wider.“ (Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen [MSB NRW], 2022, S.20) Sie steht auf der einen Seite exemplarisch für grundlegende Denk- und Arbeitsweisen in der Physik, andererseits zeichnet sie sich dadurch aus, dass sie der klassischen Physik widerspricht und eine eigene Beschreibung benötigt. Die Integration der Quantenphysik in den Physikunterricht stellt, insbesondere durch die inhaltliche Abgrenzung von der klassischen Physik, die fehlende Möglichkeit des Rückgriffs auf Unterrichtskonzepte aus der Hochschule und einen Mangel an Experimenten, eine besondere Herausforderung dar (Müller & Wilhelm, 2021, S.339). Zudem widerspricht die Quantenphysik in einigen Punkten den Erfahrungen aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler, da das Verhalten von Quantenobjekten von dem Verhalten makroskopischer Objekte, welches direkt beobachtbar und erfahrbare ist, abweicht. Die Möglichkeit der Veranschaulichung theoretischer Beschreibungen durch Modelle und Abbildungen stellt dadurch einen zentralen Punkt im Unterricht zur Quantenphysik dar. Häufig wird dabei versucht die Quantenphysik eng an die klassische Physik zu knüpfen, um das „Unvorstellbare vorstellbar zu machen“, wobei der Kern der Quantenphysik, die Wesenszüge der Quantenphysik, nicht explizit herausgearbeitet werden. Bei der Betrachtung historischer Experimente, wie dem Photoeffekt und der Elektronenbeugung und deren historischen Deutungen, wird häufig kein adäquates Bild der Quantenphysik vermittelt und deren historische Bedeutung verzerrt dargestellt (Stadermann et al., 2019, S.13). Bei der Behandlung des Welle-Teilchen-Dualismus kann zudem der Eindruck entstehen, dass sich Quantenobjekte wie Teilchen oder Wellen, also wie klassische Objekte, verhalten. Dies wirkt einem Verständnis der Wesenszüge der Quantenphysik nach Küblbeck und Müller (2003), das Quantenobjekte deren Eigenschaften bewusst als etwas Neues und Eigenständiges beschreibt, entgegen.

Mit dem Quantenkoffer ist es möglich, diese Wesenszüge in Experimenten zu beobachten. Eine Entwicklung der Wesenszüge der Quantenphysik im Physikunterricht, in Verbindung mit Realexperimenten am Quantenkoffer, könnte dazu führen, dass ein besseres Verständnis der Schülerinnen und Schüler erreicht wird und die Wesenszüge, ergänzt durch Abbildungen, anschaulich gemacht werden können.

Somit erscheint es sinnvoll einen Lehrgang zu konzipieren, der ebendiese Wesenszüge der Quantenphysik in den Vordergrund stellt und direkt mit Realexperimenten in Verbindung setzt, wie sie zum Beispiel an der Ruhr-Universität Bochum mit dem Quantenkoffer durchführbar sind. In Kapitel 3 wird die Entwicklung eines solchen Lehrgangs beschrieben. Neben einer qualitativen Beschreibung der Wesenszüge wird auch eine mathematische Beschreibung eingeführt, mit der die Experimente modelliert werden können. So soll Lernenden ermöglicht werden Vorhersagen über die Wahrscheinlichkeiten für die Messung bestimmter Zustände in verschiedenen Versuchsaufbauten treffen zu können. Eine solche quantitative Beschreibung, die in einem gewissen Maße Vorhersagen ermöglicht, könnte dazu führen, dass die Quantenphysik für die Schülerinnen und Schüler weniger unberechenbar und verständlicher wirkt. Die theoretische Grundlage für den Lehrgang bezüglich einer fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Perspektive wird in Kapitel 2 dargestellt.

Im Sinne des Design-Based Research ist es sinnvoll, bei der Entwicklung eines Lehrgangs zu untersuchen, inwiefern dieser seinen Zielen gerecht werden kann und in welchen Punkten mögliche Lernhindernisse bestehen oder bestimmte Schülervorstellungen auftreten, was einer Weiterentwicklung des Lehrgangs und der Gewinnung fachdidaktischer Erkenntnisse zu dem Themengebiet dient (Burde, 2018, S.176). Daher wurden, nach der Entwicklung einer ersten Version des Lehrgangs, grundlegende Teile dessen im Rahmen einer Akzeptanzbefragung auf die Akzeptanz der Schülerinnen und Schüler untersucht. Dabei wurde in einer Version insbesondere die qualitative Beschreibung durch die Wesenszüge und die Unterstützung durch die zugehörigen Experimente und Abbildungen auf Akzeptanz untersucht während in einer zweiten Version neben einem qualitativen Anteil insbesondere die Akzeptanz der Mathematisierung eines Strahlteilers untersucht wurde, der das zentrale Bauteil für die Betrachtung mehrerer Wesenszüge in Experimenten darstellt. Dies soll sowohl eine Einschätzung der Akzeptanz der qualitativen als auch der quantitativen Bereiche des Lehrgangs ermöglichen. Die Durchführung und Auswertung der Akzeptanzbefragung werden in Kapitel 4 dokumentiert. In Kapitel 5 wird eine Überarbeitung des Lehrgangs anhand der Ergebnisse der Akzeptanzbefragung beschrieben, bevor in Kapitel 6 eine Diskussion der Ergebnisse erfolgt und ein Ausblick auf mögliche weitere Fragestellungen gegeben wird. Die nach der Akzeptanzbefragung weiterentwickelte Version des Lehrgangs ist als Anhang A beigelegt.

2 Physikalische und fachdidaktische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen für die Entwicklung eines Lehrgangs zur Quantenphysik dargestellt. Dazu werden, als fachlicher Hintergrund, die historischen Anfänge der Quantenphysik und eine Einführung in die Quantenoptik, sowie verschiedene Deutungen der Quantenphysik betrachtet. Im Anschluss werden als fachdidaktischer Hintergrund bereits bestehende Unterrichtskonzeptionen und bekannte Schülervorstellungen zur Quantenphysik beschrieben. Abschließend wird der Quantenkoffer, als Möglichkeit Realexperimente aus dem Bereich der Quantenoptik im Physikunterricht durchzuführen, vorgestellt.

2.1 Die Anfänge der Quantenphysik

Bis zum Ende des 19. Jahrhunderts wurde die Physik klassisch beschrieben. Während es bereits erste Hinweise auf die Unvollständigkeit der klassischen Physik, wie zum Beispiel das Auftreten atomarer Spektrallinien oder die Entdeckung der radioaktiven Strahlung durch Becquerel 1896, gab, wurde die Physik als eine Wissenschaft gesehen, die zu Ende beforscht sei, und welche ohne große neue Theorien auskommt (Ecker, 2017, S.7-10). So schrieb zum Beispiel Michelson:

„The more important fundamental laws and facts of physical science have all been discovered, and these are now so firmly established that the possibility of their ever being supplanted in consequence of new discoveries is exceedingly remote.“
(Michelson, 1903, S. 23-24)

Ausgehend von dieser Wahrnehmung des Erkenntnisstandes der Physik ist die Entwicklung der Quantenphysik einzuordnen, deren Notwendigkeit und Interpretationen lange diskutiert und ausgehandelt wurden. Im Jahr 1900 beschrieb Max Planck die Schwarzkörperstrahlung mithilfe des Austauschs einzelner Energiepakete der Energie $h \cdot \nu$ (Planck, 1901, S. 561), mit dem Planck'schen Wirkungsquantum h . Dies wird als Beginn des Zeitalters der Quantenphysik angesehen (Ecker, 2017, S.10). Der wohl bekannteste Schritt in der Entwicklung der Quantenphysik folgte im Jahr 1905 in Form der Lichtquantenhypothese. Einstein stellte die Lichtquantenhypothese auf und deutete den Photoeffekt, bei dem eine Wechselwirkung zwischen Licht und Ladungsträgern beobachtet wurde, auf Grundlage dieser Hypothese. Einstein schrieb dem Licht, welches als Welle angesehen wurde, einen Teilchencharakter zu.

„Nach der hier ins Auge zu fassenden Annahme ist bei Ausbreitung eines von einem Punkte ausgehenden Lichtstrahles die Energie nicht kontinuierlich auf größer und größer werdende Räume verteilt, sondern es besteht dieselbe aus einer endlichen Zahl von in Raumpunkten lokalisierten Energiequanten, welche sich bewegen, ohne sich zu teilen und nur als Ganze absorbiert und erzeugt werden können.“
(Albert Einstein, 1905, S. 133)

Damit wurde erstmals der sogenannte Welle-Teilchen-Dualismus verwendet. Für die Erklärung mit Hilfe der Lichtquantenhypothese, erhielt Einstein 1921 den Nobelpreis für Physik. Der Begriff des Lichtquants wurde 1926 durch den Begriff des Photons ersetzt (Ecker, 2017, S. 11). Die Existenz von Photonen kann dabei allerdings nicht unmittelbar aus dem Photoeffekt geschlossen werden. Die Existenz der unteilbaren Energieportionen wurde erst 1974 durch John F. Clauser (Clauser, 1974) eindeutig gezeigt. 1925 schlug Louis de Broglie vor, den Welle-Teilchen-Dualismus auch für Materieteilchen, wie Elektronen gelten zu lassen und schrieb zum Beispiel Elektronen in Abhängigkeit von deren Impuls eine Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|}$ zu (Ecker, 2017, S.21). Davisson und Germer konnten 1927 bei der Streuung von Elektronen an einem Nickel-Kristall Beugungserscheinungen beobachten und die de Broglie-Hypothese dadurch bestätigen (Ecker, 2017, S. 22).

Neben diesen experimentellen Entwicklungen, wurde auch die theoretische Beschreibung und Interpretation der Quantenphysik entwickelt. So formulierten Born, Heisenberg und Jordan 1925 die Matrizenmechanik mit der Vertauschungsrelation zwischen Orts- und Impulsoperator, während Schrödinger 1926 die Wellenmechanik entwickelte, die näher an Analogien zur klassischen Physik geknüpft ist und sich daher durchsetzen konnte (Ecker, 2017, S.23-25). Bei der Deutung der Quantenphysik entwickelten sich verschiedene Positionen. So wurden die Wellenfunktionen, die die Schrödingergleichung $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(t, \vec{r}) = H\psi(t, \vec{r})$ lösen, von Einstein, de Broglie und Schrödinger zunächst als klassische Begleitwellen eines Teilchens angesehen. Alternativ setzte sich die statistische Deutung nach Born 1926 durch, welche die Welle als Wahrscheinlichkeitsamplitude interpretiert (Ecker, 2017, S. 26). Diese Deutung stellt auch die Grundlage für die Kopenhagener Deutung dar, die die am weitesten verbreitete Interpretation ist. Für seine Wahrscheinlichkeits-Deutung erhielt Born 1954 den Nobelpreis für Physik (Ecker, 2017, S.27). Verschiedene Deutungen und insbesondere deren Unterschiede werden in Abschnitt 2.3 beschrieben.

2.2 Einführung in die Quantenoptik

Bereits in den Anfängen der Quantenphysik wird deutlich, dass die Untersuchung des Lichts für die Entwicklung der Quantenphysik eine große Rolle spielt. Während sich allgemein die Quantenmechanik als der wesentliche Bestandteil der Quantenphysik verbreitet hat, wurden einige Eigenschaften der Quantenphysik experimentell bei der Betrachtung von Photonen entdeckt (Bronner, 2010, S.2). Die Entwicklung der Quantenphysik ausgehend von der Optik, anstelle der Mechanik, bei der die Untersuchung von Licht als ein Strom von Photonen zentral ist, wird als Quantenoptik bezeichnet (Bronner, 2010, S.2).

2.2.1 Photonenstatistik

Eine erste grundlegende Frage, die für die Quantenoptik zu beantworten ist, ist die nach der Existenz von Photonen: „Besteht Licht aus unteilbaren Energieportionen?“ Es ist notwendig entscheiden zu können, ob Licht aus Photonen besteht und ob das Licht einer speziellen Lichtquelle quantenphysikalisch zu beschreiben ist, oder ob eine klassische Beschreibung ausreicht. Eine solche Klassifikation von Licht ermöglicht die Photonenstatistik. Mit Hilfe der Photonenstatistik, ist es möglich die Existenz von Photonen nachzuweisen, wie es zum Beispiel durch den Photoeffekt nicht möglich ist (Bronner, 2010, S.7-8).

In Experimenten, die die Quantennatur des Lichts zeigen sollen, wird Licht in der Regel durch Binär-Detektoren, wie zum Beispiel Avalanche-Photodioden (APD) oder Photomultiplier (PM), gemessen, welche grundsätzlich einzelne Ereignisse registrieren und ausgeben (Bitzenbauer, 2020, S. 46). Dies wirkt auf den ersten Blick so, als ob einzelne Energieportionen den Detektor erreichen, der diese dann registrieren kann. Es wäre allerdings auch möglich, dass der Detektor zufällig verteilt einzelne Ergebnisse ausgibt, während das Licht kontinuierlich als Welle beschrieben werden kann. Solche Theorien, die ausschließlich die Prozesse im Detektor als quantisiert und das Licht klassisch beschreiben, heißen semi-klassische Theorien (Beck, 2012, S.370). Diese wurden mehrere Jahrzehnte lang entwickelt, um an der klassischen Beschreibung des Lichts festhalten zu können (Bronner, 2010, S.7-8).

Eine Notwendigkeit der quantenphysikalischen Beschreibung von Licht kann aus der Betrachtung einer Antikorrelation in Strahlteiler-Experimenten geschlossen werden, wie sie experimentell von Roger, Grangier und Aspect (1986) und Clauser (1974) nachgewiesen werden konnte. Der Grundgedanke bei diesen Experimenten ist es,

Licht an einem Strahlteiler aufzuteilen und die Koinzidenzen, die gleichzeitigen Ereignisse hinter beiden Ausgängen, auszuwerten, um zu untersuchen, inwiefern sich das Licht aufteilen lässt (Grangier et al. 1986, S.173-175). Dazu wird eine angekündigte Photonenquelle (siehe auch Abschnitt 2.2.2) verwendet.

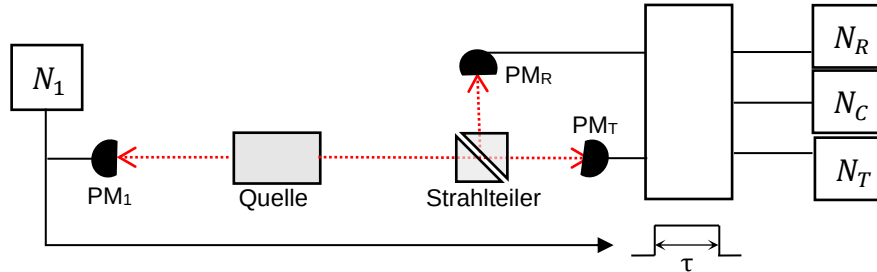


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau zum Nachweis der Antikorrelation am Strahlteiler nach Grangier et al. (1986, S.174)

Dabei werden von der Quelle Paare von Photonen ausgesendet, von denen eines zur Ankündigung an Detektor PM₁ detektiert wird, woraufhin die Detektoren PM_T und PM_R, hinter einem Strahlteiler im Strahlengang des anderen Photons, für die Zeitspanne $\tau = 2 \text{ ns}$, dem Koinzidenzfenster, einfallende Photonen detektieren können und das zweite Photon des Paares messen (Grangier et al., 1986, S.173-175). Es ergeben sich vier Zählraten: N_1 gibt die Anzahl der detektierten Photonen zur Ankündigung an und N_R und N_T die Anzahlen der am Strahlteiler reflektierten (R) oder transmittierten (T) Photonen, die innerhalb des Koinzidenzfensters, nach einem Ereignis an PM₁, mit den anderen beiden Photomultipliern detektiert werden (Grangier et al., 1986, S.174). N_C gibt die Anzahl der Koinzidenzen an, bei denen innerhalb des Koinzidenzfensters an allen drei Detektoren ein Photon detektiert wird (Grangier et al., 1986, S.174). Damit lassen sich nach Grangier et al. (1986, S.174) die folgenden Wahrscheinlichkeiten für die Messung eines Photons an den Detektoren PM_R und PM_T, sowie für die Koinzidenzen angeben, wenn ein Photon an Detektor PM₁ detektiert wird:

$$P_T = \frac{N_T}{N_1}, \quad P_R = \frac{N_R}{N_1}, \quad P_C = \frac{N_C}{N_1} \quad .$$

Bei einer semiklassischen Beschreibung sind die Wahrscheinlichkeiten proportional zur mittleren Intensität: $P_T \sim \langle I(t) \rangle$, $P_R \sim \langle I(t) \rangle$, $P_C \sim \langle I(t)^2 \rangle$, wobei angenommen wird, dass die Intensität des reflektierten Anteils der des transmittierten Anteils entspricht. Dies ist eine Eigenschaft des Strahlteilers.

Daraus folgt mit der Cauchy-Schwarz'schen Ungleichung $P_C \geq P_T \cdot P_R$ (Grangier et al., 1986, S.174). Semi-klassisch würde nach Grangier et al. (1986, S. 175) somit gelten:

$$g^2(0) = \frac{P_C}{P_R \cdot P_T} = \frac{N_C \cdot N_1}{N_R \cdot N_T} \geq 1 \quad ,$$

wobei $g^2(t)$ als die Korrelationsfunktion 2.Ordnung bezeichnet wird. Grangier et al. bezeichneten den Wert mit α (Grangier et al., 1986, S.175), wobei sich später die Beschreibung durch die Korrelationsfunktion durchsetzen konnte. In Experimenten am Strahlteiler werden Werte $g^2(0) \ll 1$, zum Beispiel 0,18 durch Grangier et al. (1986, S.178) erreicht, wodurch eine semi-klassische Beschreibung der Photonen nicht sinnvoll erscheint und eine quantenphysikalische Beschreibung notwendig ist. Der theoretische Wert für $g^2(0)$ beträgt in der Quantenphysik 0, da einzelne Photonen unteilbar sind und somit $N_C = 0$ gelten muss. Dieser Wert kann in dem Experiment aufgrund der Funktionsweise der Quelle und Detektoren nicht erreicht werden. Ein Wert nahe 0 zeigt allerdings eindeutig die Notwendigkeit der quantenphysikalischen Beschreibung auf (Bronner, 2010, S.47). Mit Hilfe der Korrelation lassen sich auch Aussagen über die Verteilung der Detektionseignisse treffen. Für eine zufällige Verteilung, wie sie für kohärentes Laserlicht, oder chaotisches Licht auftritt, ergibt sich $g^2(0) = 1$ (Bronner, 2010, S.45). Es ist anhand der Zählraten nicht unterscheidbar, ob die Detektoren zufällig verteilt Ereignisse registrieren, oder die Photonen zufällig verteilt sind.

Das Licht thermischer Lichtquellen, bei denen häufig mehrere Photonen gleichzeitig emittiert werden, wird als bunched light beschrieben und hat einen Wert der Korrelationsfunktion $g^2(0) > 1$ (Beck, 2012, S.454-455). Für nicht-klassisches Licht mit dem Wert $g^2(0) < 1$, wie das der angekündigten Photonenquelle, sind Photonen oder Detektionseignisse regelmäßiger verteilt, sodass das Licht auch als anti-bunched bezeichnet wird (Beck, 2012, S.454-455). Dies wird in der folgenden Grafik dargestellt.

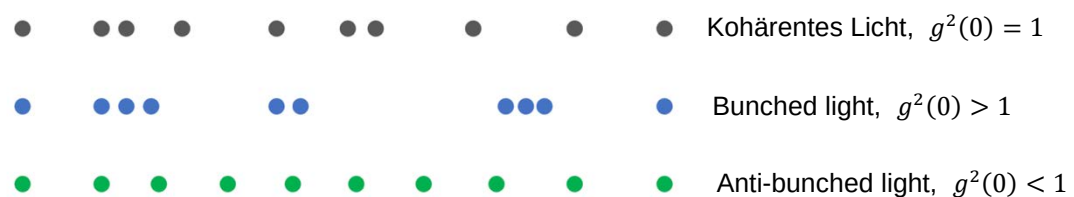


Abbildung 2: Skizze möglicher Photonenverteilungen für Kohärentes Licht, bunched light und anti-bunched light

Grundsätzlich ist es unsauber für Photonen von räumlichen Verteilungen zu sprechen, da Photonen als masselose Objekte, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten, kein Ort zugeschrieben werden kann. Die Verteilungen können als zeitliche Verteilungen der Detektionseignisse bei einer Messung interpretiert werden.

2.2.2 Photonenquellen

Um nicht-klassisches anti-bunched light zu erzeugen und damit experimentieren zu können, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Einzelphotonen können dabei in der Regel nicht als einzelnes Photon per Knopfdruck ausgesendet werden. Das am weitesten verbreitete Verfahren für quantenoptische Experimente ist die angekündigte Photonenquelle, wie sie auch im obigen Versuch von Grangier et al. (1986) eingesetzt wurde. Diese ist streng genommen keine Einzelphotonenquelle, da sie viele Photonen pro Sekunde aussendet, kann aber über die Ankündigung wie eine solche genutzt werden, da ihr Licht dann, wie bereits beschrieben, eine nicht-klassische Statistik hat (Grangier et al., 1986; Bronner, 2010, S.47-49). Angekündigte Photonenquellen ermöglichen zudem Verschränkungsexperimente (Aspect, 1975). Das grundlegende Prinzip von Photonenquellen ist allgemein die Anregungen von Atomen, beziehungsweise Kristallen, die die Energie anschließend in Form der Emission eines Photons, oder von Photonenpaaren abgeben. Im Folgenden wird das Prinzip der Parametrischen Fluoreszenz, der Spontaneous Parametric Down-Conversion (SPDC) beschrieben, welches die Grundlage für die angekündigte Photonenquelle darstellt, wie sie auch in den Experimenten mit dem Quantenkoffer im Lehrgang genutzt werden soll.

Bei der SPDC handelt es sich um einen nicht-linearen Prozess in Kristallen (Bronner, 2010, S.29). In der Regel wird Beta-Bariumborat (BBO) als nicht-linearer Kristall genutzt. In diesen Kristallen kann das Licht eines Pumplasers in Licht einer geringeren Frequenz umgewandelt werden. Die SPDC ist ein sehr ineffizienter Prozess, bei dem nur etwa eines von 100.000.000.000 Photonen des Pumplasers (Gerke, 2019, S.23), den Pumpphotonen p , in ein Photonenpaar niedrigerer Frequenz, dem Signal-Photon s und dem Idler-Photon i , umgewandelt wird (Beck, 2012, S. 153). Der Prozess unterliegt nach Müller (2009, S.8-9) der Energie- und Impulserhaltung:

$$\begin{aligned}\omega_p &= \omega_s + \omega_i & , \\ \vec{k}_p &= \vec{k}_s + \vec{k}_i & , \\ |\vec{k}_p| &= \frac{n_p \cdot \omega_p}{c} & ,\end{aligned}$$

wobei die letzte Gleichung als Dispersionsrelation bezeichnet wird und n den frequenzabhängigen Brechungsindex bezeichnet. In Experimenten mit einem BBO als Kristall, werden in der Regel Pumplaser mit der Wellenlänge 405 nm eingesetzt, wobei am BBO zwei Photonen der Wellenlänge von 810 nm emittiert werden. Aufgrund der Impulserhaltung werden diese in unterschiedliche Richtungen in einem Winkel von 3°

zum Pumplaser ausgesendet (Bronner, 2010, S.35-36). Es ergibt sich ein Emissionskegel. Der Grundaufbau der SPDC ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

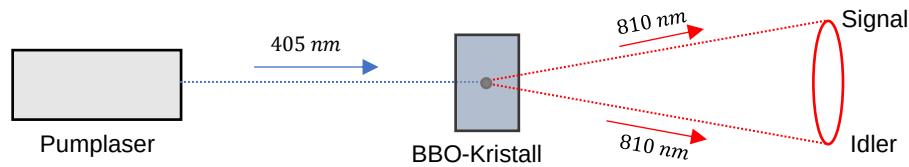


Abbildung 3: Schematische Darstellung der Parametrischen Fluoreszenz (SPDC)

Als Analogie für den nicht-linearen Prozess im Kristall wird, obwohl dies einen nicht-linearen Prozess nicht fachlich korrekt beschreibt, häufig auf die Energieniveaus für Atome zurückgegriffen (Bitzenbauer 2020, S.55). Das einfallende Licht regt ein Atom an, welches über ein Zwischenniveau wieder in den Grundzustand übergeht (Abbildung 4), wobei die Übergänge in sehr kurzen Zeitabständen $\Delta t \ll 1 \text{ ns}$ erfolgen.

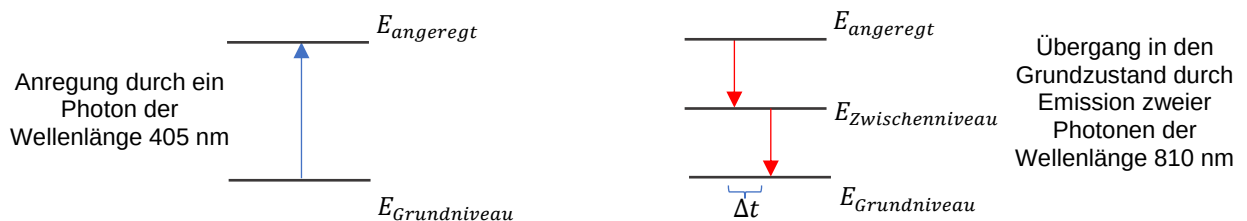


Abbildung 4: Veranschaulichung der SPDC durch Energieniveaus

Bei der SPDC ausgesendete Signal- und Idler-Photonen sind in ihrem Polarisations-Zustand der Polarisation des Lichtes des Pumplasers entgegengesetzt. Je nach Ausrichtung des Kristalls wandelt dieser entweder Pumpphotonen im Zustand horizontal in Photonenpaare im Zustand vertikal um oder umgekehrt (Gerke, 2019, S.23). Dies wird ausgenutzt, um mit einer angekündigten Photonenquelle verschränkte Photonenpaare zu erzeugen (Gerke, 2019, S. 23). Die folgende Abbildung zeigt den schematischen Aufbau einer angekündigten Photonenquelle mit zwei BBO-Kristallen zur Erzeugung verschränkter Photonenpaare.

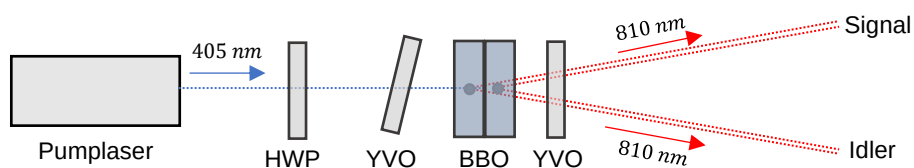


Abbildung 5: Schematische Darstellung einer angekündigten Photonenquelle für in der Polarisation verschränkte Photonenpaare

In dieser Quelle werden zwei BBO genutzt, wobei der vordere mit vertikal polarisiertem Licht und der hintere mit horizontal polarisiertem Licht wechselwirkt. Durch ein $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen (HWP) kann die Polarisation des Pumplaserlichts, welches auf die BBO trifft, eingestellt werden. Während bei vertikaler oder horizontaler Polarisation nur ein BBO relevant ist, kann in den Winkeln 45° oder -45° polarisiertes Licht gleichermaßen mit beiden BBO wechselwirken (Gerke, 2019, S. 23-24). Yttriumvanadate (YVO) regulieren dabei Laufzeitunterschiede, sodass ununterscheidbar ist, in welchem BBO ein Photonenpaar erzeugt wurde. Daher befinden sich so erzeugte Photonen in einem Bell-Zustand, einem in der Polarisation verschränkten Zustand (Gerke, 2019, S. 23-24). Zum Beispiel:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|H\rangle_2 + |V\rangle_1|V\rangle_2)$$

Die Bedeutung verschränkter Zustände für das Verständnis der Quantenphysik wird in Abschnitt 2.2.5 erläutert.

2.2.3 Polarisationszustände von Photonen

Bereits bei der Beschreibung der Erzeugung der Photonen in einer angekündigten Photonenquelle wurde die Präparation bestimmter Polarisations-Zustände thematisiert. Der Polarisations-Zustand bezeichnet dabei einen Zustand der Photonen, der bei der Transmission oder Absorption am Strahlteiler gemessen und präpariert werden kann. Trifft ein Photon auf einen Polarisationsfilter, der mit dem Polarisationswinkel α misst und wird an diesem transmittiert, weist es danach den Polarisations-Zustand $|\alpha\rangle$ auf. Bei der Messung eines Photons im Polarisations-Zustand $|\alpha\rangle$ an einem Polarisationsfilter mit dem Polarisationswinkel β , wird die Transmissionswahrscheinlichkeit nach Bronner (2010, S.122) durch das Gesetz von Malus beschrieben,

$$P_{\text{Transmission}} = \cos^2(\beta - \alpha) \quad ,$$

welches von der Polarisation elektromagnetischer Wellen bekannt ist. Die Polarisation kann in der Quantenphysik nicht als Schwingungsrichtung des elektromagnetischen Feldes betrachtet werden. Stattdessen werden für Photonen Zustände untersucht. Die mathematischen Zusammenhänge lassen sich für elektromagnetische Wellen und Photonen analog verwenden, während sich die Interpretationen unterscheiden.

2.2.4 Interferenz von Einzelphotonen

Ähnlich wie Licht als klassische elektromagnetische Wellen können Photonen als Quantenobjekte auch interferieren (Grangier et al., 1986, S.178-179). Die Interferenz einzelner Photonen mit sich selbst kann zum Beispiel am Michelson oder Mach-Zehnder Interferometer (Abbildung 6) beobachtet werden.

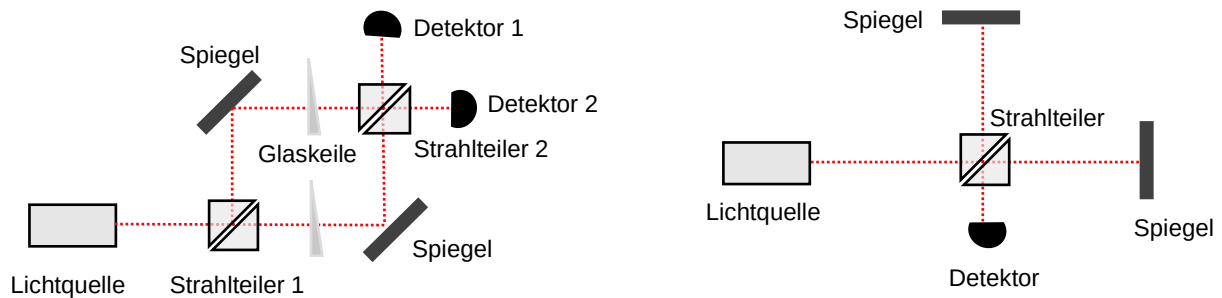


Abbildung 6: Schematische Darstellung eines Mach-Zehnder Interferometers (links) und eines Michelson Interferometers (rechts)

Sind die verschiedenen klassischen Wege im Interferometer in etwa gleich lang, tritt für einzelne Photonen Interferenz auf. Die Wahrscheinlichkeit ein Photon an einem bestimmten Ausgang zu detektieren, nimmt abwechselnd Maxima und Minima an, wenn Weglängen variiert werden oder durch eingesetzte Glaskeile die optischen Weglängen variiert werden. Die Interferenz ist dabei nur für kleine Unterschiede in den Wegen sichtbar. Ist die Differenz der Weglängen zu groß, kann keine Interferenz von einzelnen Photonen „mit sich selbst“ beobachtet werden. Auch eine Unterscheidbarkeit der Wege, wie sie für Photonen über die Polarisation realisiert werden kann, verhindert ein Auftreten von Interferenzmustern. Der gegenseitige Ausschluss von Interferenz und Unterscheidbarkeit von Wegen wird als Komplementarität bezeichnet (Bronner, 2010, S.71), wobei bei in diesem Zusammenhang auch der Begriff des Quantenradierers verwendet wird (Küblbeck & Müller, 2003, S.95). Wird die sogenannte „Welcher-Weg-Information vor der Detektion wieder „ausradiert“, kann Interferenz beobachtet werden (Küblbeck & Müller, 2003, S.95).

Es können auch mehrere Photonen an einem Strahlteiler miteinander interferieren. Dies ist zum Beispiel bei der Hong-Ou-Mandel Interferenz der Fall. In Abgrenzung zur Interferenz einzelner Photonen wird dies auch als Mehr-Photonen-Interferenz bezeichnet. Treffen zwei Photonen gleichzeitig auf die beiden Eingänge eines Strahlteilers, verlassen diese den Strahlteiler über den selben Ausgang (Hong, et al., 1987).

2.2.5 Verschränkung

Die Verschränkung bezeichnet das Phänomen, dass mehrere Quantenobjekte in bestimmten Fällen nicht getrennt voneinander beschreiben werden können. Sind zwei Quantenobjekte in einem verschränkten Zustand, werden diese durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben, beziehungsweise die Messung des Zustands eines der verschränkten Quantenobjekte bestimmt instantan den Zustand der anderen Quantenobjekte (Beck, 2012, S. 159-160).

Für Photonen kann eine solche Verschränkung im Polarisations-Zustand zum Beispiel in der oben beschriebenen angekündigten Photonenquelle präpariert werden (Gerke, 2019, S.24). Wird der Polarisations-Zustand eines Photons eines Paares, dass sich im Bell-Zustand:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|H\rangle_2 + |V\rangle_1|V\rangle_2)$$

befindet, gemessen, dann befindet sich das zweite Photon des Paares im gleichen Polarisations-Zustand. Eine solche von Einstein als „spukhafte Fernwirkung“ bezeichnete Eigenschaft widerspricht, wenn Ergebnisse nicht vorherbestimmt sind, lokal-realistischen Theorien (Bronner, 2010, S. 101-102). Daher wurden verschiedene Gedankenexperimente, wie das EPR-Paradoxon entwickelt, die zeigen sollen, dass die Quantenphysik unvollständig sei und zum Beispiel versteckte Parameter zur Beobachtung dieser Eigenschaft führen (Bell, 1964, S.195). Die Existenz dieser versteckten Parameter kann experimentell widerlegt werden, indem die Bell'sche Ungleichung verletzt wird. Als Bell'sche Ungleichungen werden verschiedene Ungleichungen bezeichnet, die für lokal-realistische Theorien erfüllt sein müssen, bei einer quantenphysikalischen Betrachtung mit der Möglichkeit zur Verschränkung allerdings verletzt werden (Bronner, 2010, S. 101-102). Grundlage ist dabei eine Betrachtung von Wahrscheinlichkeiten für bestimmte Messergebnisse, die sich je nach Theorie unterscheiden. Eine anschauliche Form der Bell'schen Ungleichung ist die Form nach Wigner, die mengentheoretische Überlegungen nutzt und daher verbildlicht werden kann (Bronner, 2010, S. 102). Für lokal-realistische Theorien gilt für drei mögliche Eigenschaften a, b, c , die erfüllt sein können oder nicht ($\neg a, \neg b, \neg c$) in jedem Fall:

$$p(a, b) \leq p(a, c) + p(b, \neg c).$$

Dies sieht man in der folgenden Zerlegung der Wahrscheinlichkeiten und veranschaulicht in Abbildung 7.

$$\begin{aligned}
p(a, b) &= p(a, b, c) + p(a, b, \neg c) \\
p(a, c) &= p(a, c, b) + p(a, c, \neg b) \\
p(b, \neg c) &= p(b, \neg c, a) + p(b, \neg c, \neg a)
\end{aligned}$$

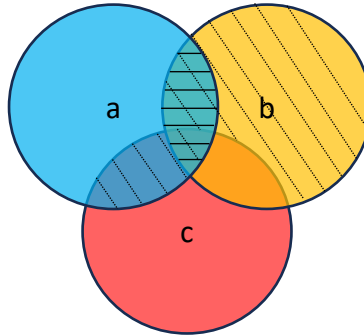


Abbildung 7: Grafische Darstellung der Bell'schen Ungleichung in der Wigner Form

Werden die Eigenschaften als Transmission an Polarisationsfiltern mit den Winkeln 30° , 60° und 90° beschrieben, ergibt sich die Ungleichung, für verschränkte Photonenpaare mit Hilfe des Gesetzes von Malus zu:

$$\begin{aligned}
\cos^2(30^\circ) &\leq \cos^2(60^\circ) + \sin^2(30^\circ) \\
\frac{3}{4} &\leq \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Die Ungleichung ist verletzt. In Experimenten wird in der Regel die CHSH-Ungleichung verwendet, welche etwas umfangreicher ist, jedoch verschiedene Winkelkombinationen so ausnutzt, dass die Verschränkung gut nachgewiesen werden kann. Verschiedene experimentelle Durchführungen schlossen nach und nach Schlupflöcher, wie zum Beispiel die Durchführung über lange Distanzen, um einen Informationsaustausch mit Lichtgeschwindigkeit auszuschließen. Die Verschränkung stellt die Grundlage für Anwendungen wie die Quantenteleportation dar. Für wegweisende Experimente zur Verschränkung und die Anwendung dieser, wurden 2022 Aspect, Clauser und Zeilinger mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet (The Royal Swedish Academy of Sciences, 2022).

2.2.6 Mathematisierung des Strahlteilers

Während die Wahrscheinlichkeiten für die Transmission am Polarisationsfilter durch das Gesetz von Malus gegeben sind, können die Wahrscheinlichkeiten am Strahlteiler nicht durch eine einfache Formel angegeben werden. Da es sich um ein Zwei-Zustand-System handelt, werden die Wahrscheinlichkeiten für verschiedene Zustände durch Vektoren und der Strahlteiler als eine Matrix beschrieben, welche die

Wahrscheinlichkeiten für Transmission und Reflexion beschreibt, sowie einen Phasensprung bei der Reflexion berücksichtigt. Die Wahrscheinlichkeiten entsprechen dann den Betragsquadraten der Einträge der Vektoren. Die Vektoren haben dabei komplexwertige Einträge, welche die Phase bei der Beschreibung durch eine Welle berücksichtigen. Es ergibt sich als Rechnung nach Bronner (2010, S. 63):

$$\begin{pmatrix} T_1 & R_1 \\ R_2 & T_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} .$$

Aufgrund eines Phasensprungs am Strahlteiler, der für die Energieerhaltung im Falle der Interferenz notwendig ist, ergeben sich für einen Strahlteiler mit dem Transmissionskoeffizienten T und Reflexionskoeffizienten R zwei mögliche Matrizen, die die Wahrscheinlichkeiten mathematisch beschreiben können. Eine mit reellen Einträgen (Beck, 2012, S.404):

$$\begin{pmatrix} T & R \\ -R & T \end{pmatrix}$$

und eine symmetrische, welche mit einem qualitativen Verständnis eines Phasensprungs bei der Reflexion kompatibel ist (Bronner, 2010, S. 63):

$$\begin{pmatrix} T & i \cdot R \\ i \cdot R & T \end{pmatrix}$$

Um Phasenverschiebungen in Interferometern durch Veränderungen der optischen Weglänge einzubeziehen, und die Interferenz mit Hilfe verschiedener Einstellungen der Glaskeile beschreiben zu können, werden in jedem Fall komplexwertige Einträge in den Vektoren benötigt.

2.3 Deutungen der Quantenphysik

Während der Entwicklung der Quantenphysik wurden mehrere Deutungen und Interpretationen der Quantenphysik entwickelt, welche sich in verschiedenen Gruppen von Physikern durchgesetzt haben. Den am weitesten verbreiteten Deutungen gemein ist dabei die Born'sche Wahrscheinlichkeitsinterpretation, nach der die Wellenfunktion in der Quantenmechanik keine physikalische Welle, sondern die Wahrscheinlichkeit beschreibt, ein Quantenobjekt zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort, in einem bestimmten Zustand zu detektieren (Ecker, 2017, S.26). Über die Reichweite der Deutung als Wahrscheinlichkeitsamplituden gibt es allerdings unterschiedliche Auffassungen.

Born vertrat wie Einstein eine statistische Deutung, welche eng an die experimentelle Methode geknüpft ist. Die Wellenfunktion in dieser statistischen Deutung oder Ensemble-Deutung gibt das Verhalten eines Ensembles von Teilchen an und kann in

diesem die Wahrscheinlichkeit für die Teilchen des Ensembles beschreiben. Die Wellenfunktion kann demnach nur das Verhalten einer Vielzahl von Quantenobjekten richtig beschreiben, über einzelne Quantenobjekte können jedoch keine Aussagen getroffen werden (Wiesner & Müller, 1996, S.4). Die Statistik, welche experimentell bestimmt werden kann und von der Wellenfunktion beschrieben wird, entspricht allgemein keiner Wahrscheinlichkeit für die Messung einzelner Photonen. Dies ist nur in Sonderfällen möglich, wenn Wahrscheinlichkeiten gerade 0, oder 1 betragen (Wiesner & Müller, 1996, S.4). In dieser Interpretation spielt der Messprozess eine untergeordnete Rolle. Stattdessen steht die Präparation im Vordergrund. Zentral ist, dass Zustände eines Ensembles präpariert werden, deren Zustände im Anschluss gemessen werden (Wiesner & Müller, 1996, S. 3-4). In einem Brief an Einstein beschreibt Born sein Verständnis der Wahrscheinlichkeiten als analog zu der Angabe einer Lebenserwartung, welche auch nur für die Gesamtheit der Menschen und nicht für einen einzelnen sinnvoll erscheint:

„Die andere Bemerkung betrifft Deine Deutung der ψ -Funktion: sie scheint mir genau mit dem übereinzustimmen, was ich mir von Anfang an dachte und was wohl alle vernünftigen Physiker heute denken. Daß ψ den ‚Zustand‘ eines Systems beschreibt, ist nur eine Redeweise wie im gewöhnlichen Leben: ‚Meine Lebenserwartung (als Mensch von 67 Jahren) ist 4,3 Jahre.‘ Auch eine Aussage über ein einzelnes System, aber sinnlos im empirischen Sinne. Denn gemeint ist natürlich: Nimm eine Gesamtheit von Individuen, jedes 67 Jahre alt, und zähle, welcher Prozentsatz eine gegebene Zeit lebt. In dieser Weise habe ich die Deutung von $|\psi|^2$ immer aufgefaßt.“ (Einstein & Born, 1969, S. 188)

Bei einer solchen Interpretation, die sich als „Minimalinterpretation“ auffassen lässt (Wiesner & Müller, 1996, S.1), wird die Quantenphysik nicht als vollständige Theorie angesehen. Daher wurde diese insbesondere von Anhängern der verborgenen Parameter vertreten. Unter den Anhängern der statistischen Deutung nahm Born eine Sonderrolle ein:

„Er nennt meine Art der Beschreibung der physikalischen Welt ‚unvollständig‘; aber er hält dies für einen Mangel, auf dessen Beseitigung er hofft, während ich mich damit begnüge. Tatsächlich habe ich es immer als einen Fortschritt angesehen, weil eine exakte Beschreibung des Zustandes eines physikalischen Systems voraussetzt, daß man unendlich präzise Angaben darüber machen kann, was mir unsinnig erscheint. Mir scheint, daß ich hier dem von Einstein in der Relativitätstheorie gewiesenen Wege gefolgt bin. Dort erkannte er die Unmöglichkeit, Punkte im Raum und in der Zeit absolut festzulegen, und schloß daraus, daß der Begriff absoluter Orts- und Zeitbestimmung sinnlos ist. Darauf beruht sein ganzes gewaltiges Gebäude. Aber die Analogie der Situation in der Quantentheorie wollte er nicht anerkennen.“ (Einstein & Born, 1989, S. 191)

Die Diskussionen zwischen Einstein und Born zeigen dabei den Aushandlungsprozess und Differenzen bei der Entwicklung einer Deutung. Die am weitesten verbreitete Deutung wurde in einer Gruppe um Nils Bohr entwickelt und wird als Kopenhagener Deutung bezeichnet (Müller et al., 1996, S.1). Diese erkennt ebenfalls experimentelle Methoden zur Überprüfung der Vorhersagen der Wellenfunktion mit vielen Quantenobjekten an, fasst die Quantenphysik jedoch als vollständige Theorie auf und interpretiert die Wellenfunktion als Beschreibung der Wahrscheinlichkeiten für einzelne Quantenobjekte. Eine vielfache Messung, zur experimentellen Bestätigung der vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten, ist notwendig, da ein Quantenobjekt immer in nur einem Zustand gemessen wird. Allerdings wird das Verhalten eines Quantenobjektes durch die Wellenfunktion vollständig beschrieben. Zentral ist hierbei die Rolle der Messung. Bei einer Messung wird der Zustand eines Quantenobjektes eindeutig bestimmt. Es wird von dem Kollaps oder der Reduktion der Wellenfunktion gesprochen. Während zuvor verschiedene Möglichkeiten bestanden, ist der Zustand ab der Beobachtung eindeutig bestimmt:

„Die Beobachtung selbst ändert die Wahrscheinlichkeitsfunktion unstetig. Sie wählt von allen möglichen Vorgängen den aus, der tatsächlich stattgefunden hat. Da sich durch die Beobachtung unsere Kenntnis des Systems unstetig geändert hat, hat sich auch ihre mathematische Darstellung geändert, und wir sprechen daher von einem Quantensprung.“ (Heisenberg, 1959, S.38)

Ein solches sprunghaftes Verhalten, wie es von Anhängern der statistischen Deutung kritisiert wird, stellt für Anhänger der Kopenhagener Deutung kein Problem dar:

„Wenn man aus dem alten Spruch ‚Natura non facit saltus‘ eine Kritik der Quantentheorie ableiten wollte, so können wir antworten, daß sich unsere Kenntnis doch sicher plötzlich ändern kann und daß eben diese Tatsache, die unstetige Änderung unserer Kenntnis den Gebrauch des Begriffs ‚Quantensprung‘ rechtfertigt.“ (Heisenberg, 1959, S.38)

Die Kopenhagener Deutung beruht nach Müller et al. (1996, S.2) auf den folgenden Grundkonzepten:

- Die Unverzichtbarkeit klassischer Begriffe
Begriffe der klassischen Physik sind zur Beschreibung der Experimente notwendig, da diese erfahrbar und somit klassisch wahrzunehmen sind, unabhängig davon wie abstrakt die Theorie ist (Müller et al. 1996, S.2).
- Der Begriff der Komplementarität
Es gibt eine unkontrollierbare Wechselwirkung zwischen Objekt und Messgerät, welche eine gleichzeitige kausale und raumzeitliche Beschreibung ausschließt (Müller et al., 1996, S.4-5).

- Die Ganzheitlichkeit der Quantenphänomene
Der Begriff des (Quanten-)Phänomens ist nur bei Beobachtungen unter Angabe aller Bedingungen und Gegebenheiten einer Versuchsanordnung zu verwenden und die Beobachtung ist nicht losgelöst von der Anordnung zu betrachten (Müller et al., 1996, S.6-7).

Die besondere Rolle der Messung in der Kopenhagener Interpretation wird in jedem dieser drei Konzepte deutlich. Neben diesen beiden Deutungen, die historisch von großer Bedeutung sind, gibt es weitere Theorien, welche weniger weit verbreitet sind, wie zum Beispiel die Viele-Welten Theorie. Während bei den Deutungen teilweise große Unterschiede auftreten, sind die zugrundeliegenden theoretischen Beschreibungen dieselben, wodurch eine experimentelle Unterscheidbarkeit zwischen den verschiedenen Theorien nicht möglich ist.

2.4 Quantenkryptographie

Einen der populärsten und aktuell relevantesten Anwendungsbereiche, der über die Physik hinaus von Bedeutung ist und nicht von den verschiedenen Deutungen abhängig ist, stellt die Quantenkryptographie dar. Dabei soll der Zufall in der Quantenphysik, zur Generierung sicherer Schlüssel, ausgenutzt werden.

Das BB84-Protokoll nach Bennett und Brassard (1984) stellt das bekannteste Protokoll zur Erzeugung und dem Austausch sicherer Schlüssel dar. Bei diesem wird in zwei Messbasen $(0,1)$ und $(0',1')$ ein Schlüssel von einem Sender an einen Empfänger geschickt. Dabei sind sowohl der Schlüssel als Folge von Nullen und Einsen zufällig als auch die Wahl der Basis für jedes einzelne qubit, sowohl beim Sender als auch beim Empfänger (Bennett&Brassard, 1984, S.176-177). Für Photonen können diese Messbasen zum Beispiel der Messung von Polarisationszuständen entsprechen: Basis 1: $(H(0^\circ), V(90^\circ))$ Basis 2: $(45^\circ, -45^\circ)$ (Bennett&Brassard, 1984, S.175-176). Durch die zufällige Wahl der Basen nutzen Sender und Empfänger nur in 50% der Fälle die gleiche Messbasis. Nach dem Austausch des Schlüssels wird öffentlich ausgetauscht, bei welchen qubits in welcher Basis gemessen wurde, wobei für die Verschlüsselung nur die qubits genutzt werden, die in der gleichen Basis gesendet und empfangen wurden (Bennett & Brassard, 1984, S. 176-178).

Wenn bei diesem Protokoll ein Angreifer den Schlüssel abfangen würde, würde seine Messung den Zustand der Quantenobjekte verändern. Nach dem No-Cloning-Theorem kann ein Quantenobjekt nicht mit allen Eigenschaften kopiert werden. In 50%

der Fälle würde der Angreifer in einer anderen Basis messen als der Empfänger. Wenn Sender und Empfänger für einen Teil der Messungen in gleicher Basis ihre Werte vergleichen, würde ein Angriff erkannt. In den 50% der Fälle, in denen der Angreifer die andere Basis nutzt als Sender und Empfänger, ist die Wahrscheinlichkeit für eine zufällige Übereinstimmung 50%. Bei ungefähr 25% der verglichenen qubits kann eine Abweichung der empfangenen Information von der ausgesendeten Information erkannt werden (Bennett & Brassard, 1984, S. 176-178). Eine solche Verschlüsselung, bei der ein Angreifer entdeckt wird, bietet ein adäquates Mittel gegen Mithörer. Dies wird insbesondere dadurch deutlich, dass außerhalb des Austauschs von qubits der Informationsaustausch öffentlich erfolgen kann. Ein Abfangen der Nachrichten, bei dem sich der Angreifer als Empfänger ausgibt, kann durch ein solches Protokoll hingegen nicht unterbunden werden.

2.5 Bestehende Unterrichtskonzepte zur Quantenphysik

Dass Quantenphysik zum Beispiel in dieser Form Anwendung findet und so für den Alltag und verschiedene Berufe, insbesondere im Technologiesektor, von wachsender Bedeutung ist und gleichzeitig exemplarisch für die moderne Physik ist, führt dazu, dass die Quantenphysik als Themengebiet in der Schule zu behandeln ist und sich der Physikunterricht nicht auf die klassische Physik beschränken kann. Die Entwicklung von Lehrgängen zur Quantenphysik stellt dabei eine besondere Herausforderung dar, da sich diese fachlich von der klassischen Physik und deren Erfahrbarkeit abgrenzt. In den letzten Jahrzehnten wurden verschiedene Unterrichtskonzepte zur Quantenphysik entwickelt und empirisch untersucht, wobei diese sich bereits in der Auswahl der zu unterrichtenden Inhalte grundlegend unterscheiden (Müller & Wilhelm, 2021, S. 339). Im Folgenden werden die bereits bestehenden Unterrichtskonzepte überblicksartig beschrieben und die Wesenszüge der Quantenphysik nach Küblbeck und Müller (2003) dargestellt, welche die Grundlage für die meisten modernen Unterrichtskonzepte darstellen.

2.5.1 Bestehende Unterrichtskonzepte

Ein Unterrichtskonzept, welches bis zum Beginn der didaktischen Beforschung vorherrschend war, ist der traditionelle Unterricht zur Quantenphysik. Dieser ist historisch geprägt und stellt die historische Entwicklung der Quantenphysik an historischen Experimenten in den Vordergrund (Müller, 2021, S.342). Zentral sind

dabei insbesondere der Photo- und Compton-Effekt sowie die Elektronenbeugung als Experimente, in denen ein Welle-Teilchen-Dualismus auftritt, die zur Entwicklung der Quantenphysik beitragen konnten, allerdings beispielsweise nicht die Existenz von Photonen beweisen können (Müller, 2021, S.341-342). Im Bereich der Atomphysik wird die historische Betrachtung durch das Bohr'sche Atommodell unterstützt. Grundsätzlich ist eine Abkehr von diesem traditionellen Unterrichtsgang zu beobachten.

„Spätestens seit der Verabschiedung der ‚Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Physik‘ durch die KMK im Jahr 2004 sind die Länder gehalten, in ihre Kerncurricula Aspekte wie stochastisches Verhalten, Komplementarität, Nichtlokalität und Verhalten beim Messprozess aufzunehmen, sich also an Themen aus den modernen Unterrichtskonzeptionen zu orientieren.“ (Müller, 2021, S.344)

Die Berliner Unterrichtskonzeption von Lichtfeldt und Fischler (1989) stellt die erste in der Fachdidaktik entwickelte Konzeption dar, welche insbesondere auf die Beobachtung von Lernschwierigkeiten und die Ausbildung inadäquater Vorstellungen im klassischen Unterricht reagiert. Sie verzichtet zum Beispiel auf das Bohr'sche Atommodell und richtet den Unterricht zunächst an Elektronen als Quantenobjekten aus, bevor die Photonen in einem letzten Abschnitt betrachtet werden, um die Entwicklung einer Teilchenvorstellung von Licht und Probleme im Umgang mit einem Dualismus zu vermeiden, wie sie im traditionellen Unterricht beobachtet werden konnten (Müller, 2021, S.344-347). Der Wechsel des ersten betrachteten Quantenobjekts vom Photon zum Elektron dient dabei der Vermeidung von Fehlvorstellungen bei den ersten quantenphysikalischen Betrachtungen. Bei Elektronen am Doppelspalt fiel es leichter einen kognitiven Konflikt zu erzeugen, als dies für Photonen der Fall war (Müller, 2021, S.345).

Eine alternative inhaltliche Ausrichtung stellt das Bremer Unterrichtskonzept dar. Dieses richtet sich nicht an der historischen Entwicklung aus, sondern stellt die Atomphysik ins Zentrum. Es beginnt mit der Betrachtung von Linienspektren und historischen Atommodellen und geht dann zu einer Beschreibung durch Zustände über, wobei Elektronen und Photonen als Quantenobjekte, deren Eigenarten es zu verstehen und untersuchen gilt, nicht im Sinne des Berliner Konzepts und anderer moderner Unterrichtskonzepte ins Zentrum rücken (Müller, 2021, S.348-351). Es ist ein Beispiel dafür, dass zum Unterricht zur Quantenphysik nicht nur die Frage des „Wie unterrichten?“, sondern auch des „Was unterrichten?“ nicht endgültig geklärt ist.

Das Unterrichtskonzept, auf dem der Lehrgang in dieser Arbeit aufbauen soll, ist das Münchener Unterrichtskonzept (milq) nach Müller und Küblbeck. Dieses stellt ähnlich, wie das Berliner Unterrichtskonzept Eigenschaften von Quantenobjekten und eine präzise Beschreibung dieser ins Zentrum. Es versucht die Quantenphysik nicht als Weiterentwicklung der klassischen Physik zu verstehen, sondern insbesondere die Andersartigkeit hervorzuheben (Müller, 2021, S.351). Diese wird durch die Wesenszüge der Quantenphysik beschrieben, welche in Abschnitt 2.5.2 beschrieben werden. Dieses Konzept zeigte große Effekte bei der Adäquatheit von entwickelten Schülervorstellungen zur Quantenmechanik (Müller, 2021, S.357-358). Es beginnt klassisch mit dem Photoeffekt, betrachtet im Anschluss die Photonen als Quantenobjekte und führt zudem eine Wahrscheinlichkeitsinterpretation ein (Müller, 2021, S.357). Die Betrachtung der Eigenschaften von Quantenobjekten wird für Elektronen wiederholt, bevor die Rolle des Messprozesses in der Quantenphysik thematisiert wird. Es wird versucht durch Simulationen von Schlüsselexperimenten, wie dem Mach-Zehnder-Interferometer, für eine Veranschaulichung zu sorgen (Müller, 2021, S.355-357). Die Wesenszüge werden dabei als zentrale Ideen genutzt und stellen eine Grundlage zur Entwicklung des Münchener Unterrichtskonzeptes dar, entsprechen allerdings nicht der Strukturierung des Lehrgangs. Vielmehr werden diese implizit an mehreren Stellen deutlich.

Ein Konzept, welches ebenfalls auf diesen Wesenszügen aufbaut, ist das Erlanger Unterrichtskonzept, welches unter anderem von Meyn, Bronner und Bitzenbauer entwickelt wurde. Dabei stehen quantenoptische Experimente im Zentrum, um die Wesenszüge erfahrbar zu machen (Bitzenbauer, 2020, S. 38). Das Konzept versteht sich dabei als eine Einführung in das Themengebiet, welche insbesondere die Unteilbarkeit nach Grangier et al. und Interferenz von Photonen abdeckt, wobei die Unteilbarkeit mit Hilfe der Photonenstatistik auch quantitativ betrachtet wird. (Bitzenbauer, 2020, S.40, 51-54). In diesem Lehrgang wird das Photon als exemplarisches Quantenobjekt betrachtet. Dieses Konzept konnte wie das Münchener Unterrichtskonzept die Ausbildung adäquater Vorstellungen unterstützen. Die Unterstützung durch Realexperimente wurde dabei größtenteils positiv wahrgenommen (Bitzenbauer, 2020, S.85) und in einer Akzeptanzbefragung wurden von den Schülerinnen und Schülern alle zugrundeliegenden Konzepte akzeptiert (Bitzenbauer, 2020, S. 78). Bei einer Untersuchung des Einflusses des Lehrgangs auf die entwickelten Schülervorstellungen konnte gezeigt werden, dass geschlechter-

übergreifend adäquate Vorstellungen ausgeprägt werden konnten und bessere Ergebnisse erreicht wurden, als diese bei traditionellem Unterricht zu erwarten gewesen wären (Bitzenbauer, 2020, S.200). Wie bei den anderen modernen Unterrichtskonzeptionen war auch beim Erlanger Modell die Berücksichtigung von Lernschwierigkeiten und Schülervorstellungen ein entscheidendes Kriterium bei der Entwicklung. Im Hinblick auf die Vermeidung einer Teilchenvorstellung und anderer inadäquater Vorstellung in Verbindung mit einem Welle-Teilchen-Dualismus wird dabei ein besonders konsequenter Weg gegangen und der Begriff des Teilchens und zugehörige Darstellung vollständig vermieden.

„Die konsequente Vermeidung mechanistischer Sprechweisen und der Ausschluss eines Welle-Teilchen-Dualismus aus dem Quantenphysikunterricht, wie im Erlanger Unterrichtskonzept vorgeschlagen, besitzen das Potential, dass Lernende schon sehr früh weitgehend quantenphysikalisch geprägte Vorstellungen entwickeln und damit in der Lage sind, die markanten Unterschiede zwischen klassischer Physik und Quantenphysik zu benennen.“(Bitzenbauer, 2020, S.5)

Besonders ist beim Erlanger Unterrichtskonzept, dass dieses nicht nur ausgewählte Experimente mit möglichen Schlussfolgerungen beinhaltet, die stellenweise durch Animationen oder Simulationen unterstützt werden, sondern auf Realexperimente, auf echte Messwerte zurückgreift, die als Interaktives Bildschirmexperiment aufbereitet wurden (Bronner, 2010, S.13). „Die Daten dürfen nicht aus mathematischen Modellrechnungen visualisiert werden, sondern müssen aus dem eigentlichen Experiment stammen. Die dabei auftretenden natürlichen Messfehler zeugen von der Echtheit der Daten“ (Bronner, 2010, S.13).

2.5.2 Die Wesenszüge der Quantenphysik

Die Wesenszüge der Quantenphysik bilden als „das Elementare“ die Grundlage mehrerer Unterrichtskonzepte und stellen in ihrer ursprünglichen Form das „Wesentliche“ der Quantenphysik dar, welches sich von der klassischen Physik abhebt (Müller, 2021, S.352). Nach Küblbeck und Müller (2003) kann dieses Wesentliche in vier Wesenszügen beschrieben werden, die das Verhalten und die Eigenart einzelner Quantenobjekte beschreiben:

„Wesenszug 1: ‚Stochastische Vorhersagbarkeit‘:

a) In der Quantenphysik können Einzelereignisse im Allgemeinen nicht vorhergesagt werden.

b) Bei vielen Wiederholungen ergibt sich jedoch eine Verteilung, die – bis auf stochastische Schwankungen – reproduzierbar ist.“ (Küblbeck & Müller, 2003, S.27)

„Wesenszug 2: ‚Fähigkeit zur Interferenz‘

Auch einzelne Quantenobjekte können zu einem Interferenzmuster beitragen. Voraussetzung ist, dass es für das Eintreten des gleichen Versuchsergebnisses mehr als eine klassisch denkbare Möglichkeit gibt.“ (Küblbeck & Müller, 2003, S.30)

„Wesenszug 3: ‚Mögliche Messergebnisse‘

a) Messergebnisse sind stets eindeutig, auch wenn sich das Quantenobjekt in einem Zustand befindet, der unbestimmt bezüglich der gemessenen Größe ist.
b) Eine Wiederholung der Messung am gleichen Quantenobjekt führt zum gleichen Ergebnis, wenn das Quantenobjekt nicht zwischendurch anderweitig beeinflusst wurde.“ (Küblbeck & Müller, 2003, S. 38)

„Wesenszug 4: ‚Komplementarität‘

Interferenzmuster und Unterscheidbarkeit der klassisch denkbaren Möglichkeiten schließen sich aus.“ (Küblbeck & Müller, 2003, S. 42)

Die Formulierung der Wesenszüge entspricht im Wesentlichen einer Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Kopenhagener Deutung. Dies wird insbesondere in der stochastischen Vorhersagbarkeit und der Rolle des Messprozesses deutlich. Grundsätzlich ist auch eine Abwandlung und Thematisierung in Form von einer statistischen Ensemble-Deutung möglich. Die Rolle der Präparation, die dann anstelle des Messprozesses zentral ist, wird sowohl im Erlanger als auch im Münchener Unterrichtskonzept thematisiert, sodass diese einen Anhaltspunkt für eine erfolgreiche Gestaltung nach der statistischen Deutung liefern können. Nach Müller (2021, S.353) ist zudem über die Ergänzung der vier Wesenszüge durch die Verschränkung nachzudenken, welche insbesondere in modernen Anwendungen der Quantenphysik bedeutsam ist, und eine besonders überraschende und faszinierende Eigenschaft der Quantenphysik darstellt. In bisherigen Lehrgängen wurden in der Regel nur die vier ursprünglichen Wesenszüge verwendet.

2.5.3 Der Zeigerformalismus

Neben dieser inhaltlichen Ausrichtung gibt es auch auf der Ebene der grafischen Darstellungen eine verbreitete Grundlage. Eine Form der Darstellung, die in modernen Unterrichtskonzepten zur Quantenphysik verbreitet ist, ist der Zeigerformalismus, wie er ursprünglich aus der Optik bekannt ist (Müller, 2021, S.361). Der Zeigerformalismus wird unter anderem im Münchener Unterrichtskonzept genutzt (Küblbeck & Müller, 2003, S. 52-61).

Er lässt sich direkt aus der Optik übernehmen, wenn die Länge des Zeigers als Wahrscheinlichkeitsamplitude, statt als Amplitude einer elektromagnetischen Welle,

interpretiert wird. Die kürzesten Wege zwischen Quelle und Ort der Detektion werden eingezeichnet und als Zeigerlinie bezeichnet (Müller, 2021, S.362). Eine elektromagnetische Welle oder eine Wahrscheinlichkeitswelle wird durch einen Zeiger dargestellt, dessen Richtung die Phase der Welle angibt und dessen Länge der Amplitude entspricht. Er wird von einem Kreis umgeben, dessen Umfang die Wellenlänge der Welle ist. Die Kreise mit Zeigern können entlang der Zeigerlinien abgerollt werden, wobei die Zeiger am Ort der Detektion vektoriell addiert werden (Müller, 2021, S.362).

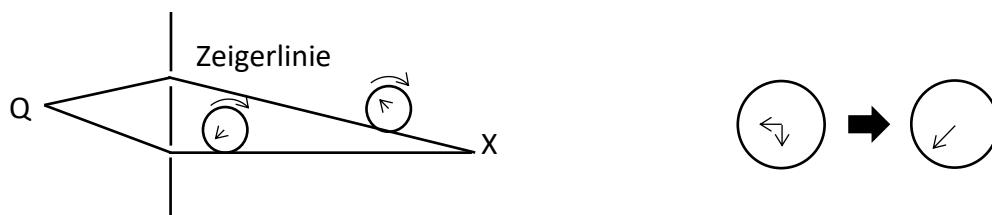


Abbildung 8: Verwendung der Zeigerdiagramme für die Interferenz von Quantenobjekten

Durch diese Darstellung lassen sich insbesondere Interferenzphänomene beschreiben. „Die Anwendung des Zeigerformalismus ist gleichwertig zur Lösung einer Differenzialgleichung bzw. zur Auswertung eines komplizierten Beugungsintegrals“ (Müller, 2021, S. 362).

2.6 Schülervorstellungen zur Quantenphysik

Die verschiedenen Unterrichtskonzepte versuchen im Hinblick auf Schülervorstellungen einen geeigneten Umgang mit diesen zu finden. Im Rahmen der Entwicklung und Weiterentwicklung von Lehrgängen und Unterrichtskonzeptionen wurden die Schülervorstellungen ausführlich untersucht, wobei sich zum Beispiel Vorstellungen zeigen, die auch historisch bei der Entwicklung der Quantenphysik entscheidend waren. In der Quantenphysik scheint es daher besonders bedeutend Schülervorstellungen nicht als Fehlvorstellungen zu interpretieren, sondern diese als Mehrwert für den Unterricht anzusehen.

Die Akzeptanz der stochastischen Deutung bereitet Schülerinnen und Schülern nach Schecker, et al. (2018, S. 213-214) geringe Probleme, da sie den Zufall zum Beispiel in Form des Würfels aus ihrer Lebenswelt kennen. In der Interpretation und Deutung des Konzeptes können allerdings verschiedene Kategorien erkannt werden. Während einige Schülerinnen und Schüler die Wahrscheinlichkeitsinterpretation als Instrument zur Beschreibung des Verhaltens von Quantenobjekten verstehen, verbinden andere die Wahrscheinlichkeiten mit Ungenauigkeiten (Schecker, et al., 2018, S. 215). Dies

entspricht einer klassischen Vorstellung, dass sich zufällige Beschreibungen aus einem Mangel an Informationen „unbekannten Parametern“ ergeben, und stimmt mit einer umgangssprachlichen Verwendung des Begriffs des Zufalls überein. „Würde man die Anfangsbedingungen beim Wurf eines Würfels nur genau genug kennen, könnte man das Ergebnis prinzipiell vorhersagen. Für Lernende ist es schwer nachzuvollziehen, dass es in der Quantenmechanik prinzipiell anders sein soll“ (Schecker, et al., 2018, S.214). Ein weiteres Problem kann eine „Unzufriedenheit mit der akausalen Beschreibung durch Wahrscheinlichkeiten“ (Schecker, et al., 2018, S. 215) darstellen. Insbesondere Schülerinnen und Schüler mit naturwissenschaftlichem Interesse stellen die Frage nach dem „Warum?“: „Warum wurde das Photon jetzt hier gemessen?“ Diese Unzufriedenheit ist begründet und teilen sie mit Einstein.

„Die Quantenmechanik ist sehr achtung-gebietend. Aber eine innere Stimme sagt mir, daß das noch nicht der wahre Jakob ist. Die Theorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns kaum näher. Jedenfalls bin ich sicher, daß der nicht würfelt.“
(Einstein & Born, 1989, S.98).

Zu diesen die Physik betreffenden Vorstellungen kommen Vorstellungen, die zufälliges Verhalten generell betreffen. So gibt es die Vorstellungen, dass zufällige Ergebnisse grundsätzlich gleichverteilt und unstrukturiert seien (Schecker et al., 2018, S.230-231). „Wenn Photonen auf einen Strahlteiler treffen müssen 50% der Photonen transmittiert und 50% der Photonen reflektiert werden und wenn einige Ereignisse lang abwechselnd jeweils ein Photon transmittiert wird und eines reflektiert, dann ist das nicht zufällig, weil es ja einem Muster folgt.“ Auch wenn eine statistische Beschreibung meist akzeptiert wird, ist ein deterministisches Denken bei Schülerinnen und Schülern häufig auch nach dem Unterricht zur Quantenphysik verbreitet (Wiesner, et al., 2013, S. 46).

Auch die Ausbildung adäquater Vorstellungen zur Lokalisierung von Quantenobjekten ist eine Herausforderung. Einige Lernende weisen nach dem Unterricht weiterhin die Vorstellung auf, dass der Weg eines Elektrons genau vorhergesagt werden könne (Wiesner, et al., 2013, S. 46) oder geben Gründe an, die auf inadäquate Vorstellungen hindeuten, wie zum Beispiel eine Verknüpfung mit der Unschärferelation, sodass ein Ort genau dann bestimmt werden kann, wenn der Impuls nicht bestimmt wird (Müller, 2003, S.10). Auch Photonen wird eine Ortseigenschaft zugeschrieben, wenn diese als Teilchen betrachtet werden, obwohl dies fachlich nicht korrekt ist.

Zum Teilchen- und Wellenbegriff treten verschiedene Vorstellungen auf. Während einige Schülerinnen und Schüler den Begriff des Teilchens eng mit einer Masse

verknüpfen, akzeptieren andere diesen bereitwillig als Modell für die Photonen. Photonen entsprechen dann kleinen Kugeln, die sich wie in der Newton'schen Mechanik verhalten (Schecker et al., 2018, S.215-216). Als Teilchen lassen sich Photonen nicht aufteilen. Es treten neben der Vorstellung, dass Photonen mal Teilchen- und mal Welleneigenschaften aufweisen, auch Vorstellungen auf, die diese zu verbinden versuchen. Diese können zum Beispiel eine Welle in einem Teilchen, oder eine ein Teilchen umgebende oder diesem vorangestellte Welle sein, wie sie auch aus der Entwicklung der Interpretation der Quantenphysik bekannt sind. In einigen Fällen gibt es zudem die Vorstellung, dass Photonen, angelehnt an gängige Abbildungen, kugelförmige Teilchen seien, die sich entlang von sinusförmigen Bahnen bewegen (Bitzenbauer, 2020, S.28).

2.7 Die curriculare Verankerung

Bei der Entwicklung eines Lehrgangs sind neben Schülervorstellungen und fachwissenschaftlichen Grundlagen auch inhaltliche Vorgaben und Ausrichtungen der Curricula zu berücksichtigen. Stadermann et al. untersuchten die curriculare Verankerung der Quantenphysik in 15 verschiedenen Nationen, wobei Probleme, aber auch Entwicklungen bei den Lehrplänen zur Quantenphysik sichtbar wurden. Neben dem aktuellen Kernlehrplan (KLP) NRW (MSB NRW, 2022) sind diese allgemeinen Entwicklungen der Lehrpläne bei der Entwicklung eines neuen Lehrgangs zu berücksichtigen, um gegebenenfalls gewinnbringende Ausrichtungen anderer Curricula in Überlegungen einzubeziehen.

Das Inhaltsfeld Quantenobjekte wird in NRW, aufgrund unterschiedlicher Reihenfolgen von Inhalten, in Grundkursen in der Regel in der Q1 und in Leistungskursen in der Q2 unterrichtet. In beiden Fällen wurden zuvor klassische Wellen behandelt, sodass an diese angeknüpft werden kann. Nach dem KLP NRW 2022 sind Elektronen und Photonen als beispielhafte Quantenobjekte zu betrachten. Dabei sollen insbesondere ein Wellen- und ein Teilchencharakter betrachtet und eine Wahrscheinlichkeitsinterpretation eingeführt werden (MSB NRW, 2022, S. 19-20). Im Leistungskurs besteht ein Ziel zunächst darin, „Abgrenzungen und Unterschiede zwischen Ideen der klassischen Physik und der Quantenphysik aufzuzeigen“ (MSB NRW, 2022, S. 20). Dazu sind im KLP NRW 2022 entgegen den Erwartungen von Müller (2021, S.344, siehe oben) historische Experimente als Zugang vorgesehen. Während für Photonen ein Teilchencharakter im Photoeffekt sichtbar werden soll: „Die Schülerinnen und Schüler erläutern anhand eines Experiments zum Photoeffekt den Quantencharakter

von Licht“ (MSB NRW, 2022, S.38), soll für Elektronen anhand der Elektronenbeugung ein Wellencharakter thematisiert werden: „Die Schülerinnen und Schüler wenden die De-Broglie-Beziehung an, um das Beugungsbild beim Doppelspaltversuch mit Elektronen quantitativ zu erklären“ (MSB NRW, 2022, S.38). Der Photoeffekt ist dabei auch quantitativ zu behandeln. „Die Schülerinnen und Schüler leiten anhand eines Experiments zum Photoeffekt den Zusammenhang von Energie, Wellenlänge und Frequenz von Photonen ab“ (MSB NRW, 2022, S. 38). Für den Leistungskurs ist zudem die Bragg-Reflexion und Röntgenröhre als Inhalt vorgesehen. Für diesen wird außerdem explizit die Thematisierung der Wellenfunktion in Verbindung mit der Wahrscheinlichkeitsinterpretation benannt: „Die Schülerinnen und Schüler deuten das Quadrat der Wellenfunktion qualitativ als Maß für die Nachweiswahrscheinlichkeitsdichte von Elektronen“ (MSB NRW, 2022, S. 50). Auch die Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation soll thematisiert werden (MSB NRW, 2022, S.50). Neben der eher historisch ausgerichteten Gestaltung des KLP lässt sich für Leistungskurse ein Punkt erkennen, der eine Entwicklung des KLP hin zu einem modernen Unterricht zur Quantenphysik andeutet: „Die Schülerinnen und Schüler erklären bei Quantenobjekten anhand eines Delayed-Choice-Experiments unter Verwendung der Koinzidenzmethode das Auftreten oder Verschwinden des Interferenzmusters mit dem Begriff der Komplementarität“ (MSB NRW, 2022, S.50). Dieser Punkt deutet einen Wandel des KLP weg von der historischen Orientierung und hin zu modernen Unterrichtskonzeptionen an, der in Zukunft vollführt werden könnte.

Eine solche Entwicklung ist auch in der Betrachtung der Curricula verschiedener Länder durch Stadermann et al. (2019) zu erkennen. Nach Stadermann et al. (2019, S.13) lassen sich in fast allen Ländern quasi-historische Ausrichtungen in den Lehrplänen finden, wobei diese die Geschichte zu stark vereinfachen und nur ein Zerrbild der historischen Entwicklung darstellen (Stadermann et al., 2019, S.13). Die Lehrpläne einiger deutscher Bundesländer, unter anderem NRWs, sowie Norwegens und Frankreichs, stellen dabei durch eine explizite Diskussion, des Welle-Teilchen-Dualismus einen fortschrittlicheren Weg dar (Stadermann et al., 2019, S.14). Moderne Unterrichtsansätze werden immer stärker in die Lehrpläne integriert, wobei die Thematisierung von Aspekten zur Nature of Science (NOS), wie die Erkenntnisgewinnung in den Naturwissenschaften, und philosophische Betrachtungen noch ausbaufähig sind (Stadermann et al., 2019, S.15). Bei der Entwicklung eines

Lehrgangs könnte dies unabhängig von dem aktuellen Curriculum berücksichtigt werden.

2.8 Der Quantenkoffer

Eine Betrachtung von Aspekten zur NOS lässt sich gut mit der Thematisierung der Rolle von Experimenten in der Physik verbinden. Dabei erscheint neben der Diskussion der Grenzen historischer Experimente auch der Einbezug moderner quantenoptischer Experimente sinnvoll. Der Quantenkoffer der Firma qutools ist ein Experimentierkoffer, der Experimente mit angekündigten Photonen ermöglicht. „Der Quantenkoffer bietet die Möglichkeit durch die völlig freie Kombination unterschiedlicher Spielsteine und die intelligente Software sowohl bekannte Experimente aus gut 100 Jahren Quantenphysik als auch eigene Ideen umzusetzen“ (qutools, o.D.). Ein Exemplar des Quantenkoffers wird in der Physikdidaktik der Ruhr-Universität Bochum eingesetzt und dient als Grundlage für die im Lehrgang beschriebenen Experimente.

In Abbildung 9 sieht man den Grundaufbau des Quantenkoffers. Auf dem großen Bildschirm können Zählraten ausgegeben werden, während ein kleiner Touchscreen und mehrere Knöpfe der Steuerung des Koffers dienen. Im Zentrum der Experimente steht ein Steckbrett, welches als „Spielfeld“ bezeichnet wird und auf dem die optischen Bauteile, die „Spielsteine“, platziert werden.

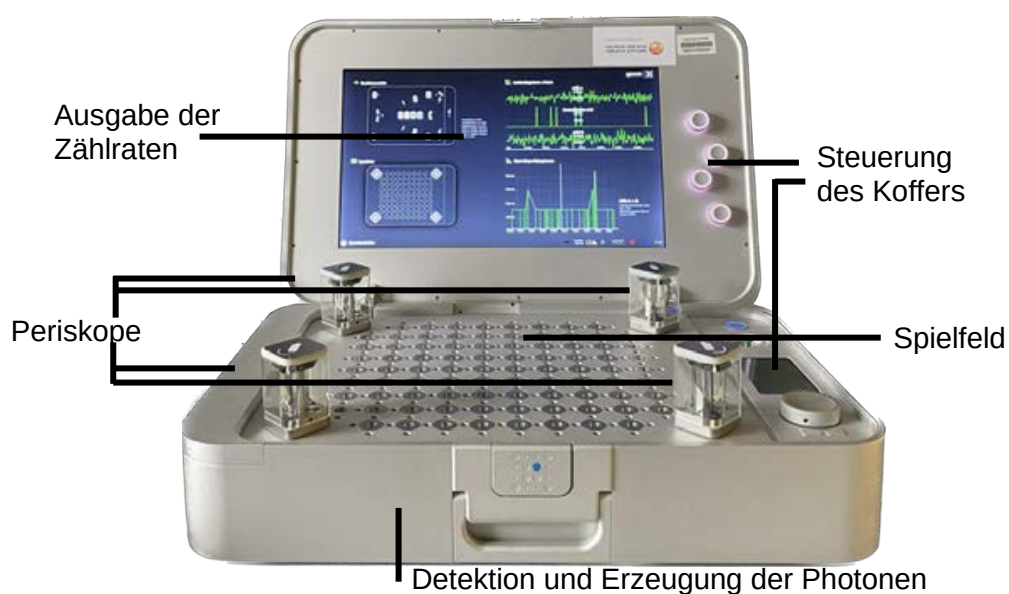


Abbildung 9: Der Aufbau des Quantenkoffers

Im Inneren des Quantenkoffers befinden sich verschiedene Lichtquellen. Im Koffer erzeugtes Licht wird über zwei Periskope nach oben und über das Spielfeld reflektiert. Über zwei weitere Periskope wird das Licht hinter möglichen Versuchsaufbauten wieder ins Innere des Koffers reflektiert, wo es detektiert wird. Es kann zudem, über einen „Faserkoppler-Spielstein“ mit einer Glasfaser, Licht über einen dritten Eingang zu einem dritten Detektor eingekoppelt werden. Während für Experimente zunächst der Aufbau auf dem Spielfeld relevant ist, finden grundlegende Prozesse im Inneren des Quantenkoffers statt. Der Aufbau im Inneren des Koffers kann der folgenden Abbildung entnommen werden.

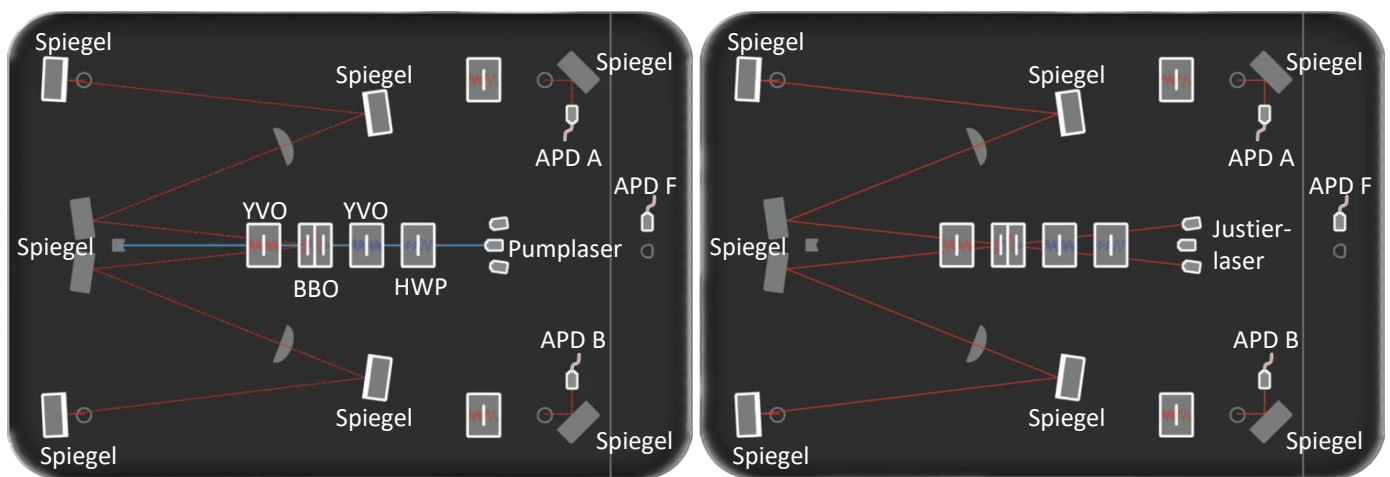


Abbildung 10: Schematische Darstellung des Aufbaus im Inneren des Quantenkoffers, bei Verwendung der angekündigten Photonenquelle (links) und des Justierlasers (rechts)

Als Quellen dienen sowohl zwei rote Laser, welche als Justierlaser verwendet werden und Experimente mit klassischem Licht ermöglichen, als auch eine angekündigte Photonenquelle. Dabei wechselwirkt das Licht des Justierlasers nicht mit den Komponenten, welche für die Erzeugung der Photonenpaare mit Hilfe des Pumplasers verbaut sind. Die Laser sind so verbaut, dass die Strahlengänge der Justierlaser sehr gut mit denen der am BBO erzeugten Einzelphotonen übereinstimmen. Die Detektion erfolgt durch APD, welche bei der Verwendung des Justierlasers in einem CW-Modus und bei Verwendung der angekündigten Photonenquelle im Geiger-Modus betrieben werden. Neben den beschrifteten Bauteilen lassen sich links von den APD Polarisationsfilter erkennen, welche nur für Experimente im Inneren des Koffers, ohne Verwendung der Periskope relevant sind, wie sie in der Regel aber nicht durchgeführt werden. Die Intensität der Justierlaser und des Pumplasers der Einzelphotonenquelle, sowie der Modus der APD können über den Touchscreen gesteuert werden. Ebenfalls über den Touchscreen erfolgt die Justage der Spiegel im Inneren des Koffers, bevor

auf dem Spielfeld Versuche aufgebaut werden. Auf dem Spielfeld können Experimente mit Spiegeln, Glaskeilen, Strahlteilern und Polarisationsfiltern (siehe Abbildung 11) aufgebaut werden, wobei die Justage mit Hilfe des eingeschalteten Justierlasers und einer Zielscheibe erfolgt.

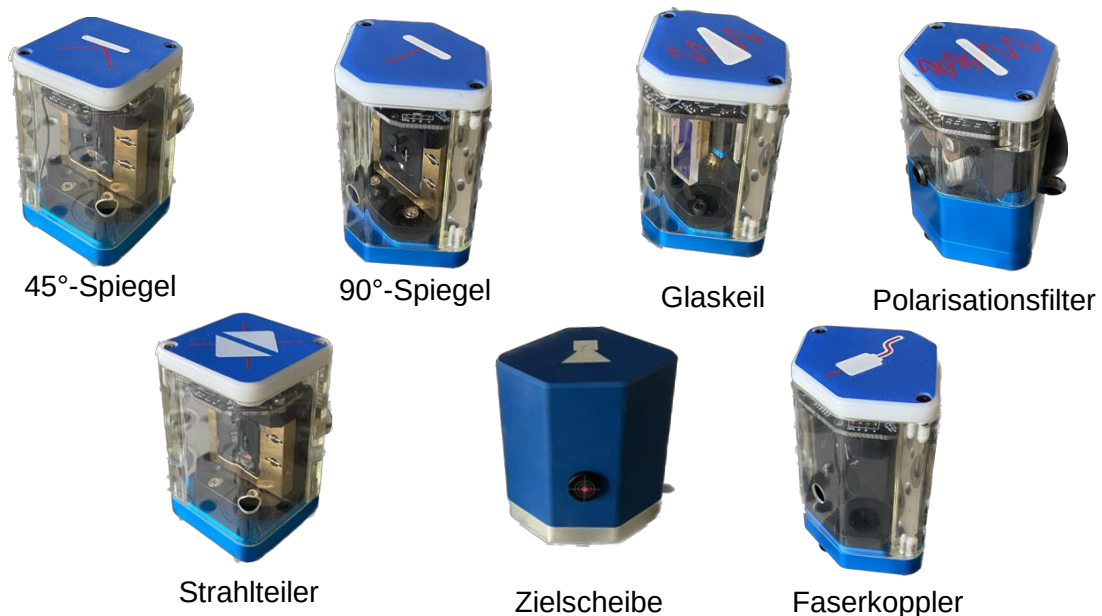


Abbildung 11: Die verschiedenen optischen Bauteile (Spielsteine) des Quantenkoffers

Das Gehäuse der Spielsteine ist durchsichtig, sodass zum Beispiel die Bewegung eines Glaskeils beobachtet werden kann, wenn dieser über eingebaute Motoren verfahren wird. Es können mit den Spielsteinen an der Ruhr-Universität Bochum zum Beispiel Michelson oder Mach-Zehnder Interferometer aufgebaut werden, welche auch zu Quantenradierer-Experimenten erweitert werden können. Grundsätzlich sollen auch Antikorrelations-Experimente wie zum Beispiel das nach Grangier et al. (1986) durchführbar sein. Bei der Entwicklung des Lehrgangs war dies aufgrund eines Software-Problems, welches die Messung der Dreifach-Koinzidenzen verhinderte, nicht möglich. Polarisationsfilter ermöglichen die Untersuchung der Polarisationszustände von Photonen und insbesondere die Verschränkung. Auch die Durchführung des BB84-Protokolls als Anwendung der Quantenphysik ist mit dem Quantenkoffer möglich. Auf die Beschreibung der Experimente wird an dieser Stelle verzichtet. Die Experimente, die im Lehrgang eingesetzt werden, werden in Kapitel 3, bei der Erstellung des Lehrgangs beschrieben.

Während insbesondere das freie Experimentieren mit einem solchen Gerät unter Ausnutzung des Steckbrett-Systems einen besonderen Mehrwert verspricht, wird der Quantenkoffer im Lehrgang ausschließlich als Demonstrationsexperiment eingesetzt. Dies liegt unter anderem daran, dass dadurch Videos der Experimente in den

Lehrgang integriert werden können und der Lehrgang auch ohne eine Ausleihe des Versuchs durchführbar ist. Zudem zeigte sich bei dem Einsatz des Quantenkoffers im Physikunterricht im Vorfeld der Entwicklung des Lehrgangs, dass eine kurzfristige Justierung des Quantenkoffers für Lehrkräfte problematisch ist und als schwierig eingeschätzt wird, sodass kurzfristige Einsätze in der Schule gegebenenfalls sogar mit der Bedienung durch Schülerinnen und Schüler als problematisch anzusehen sind. Statt das volle Potential des Koffers zu nutzen, wird dieser stark gelenkt eingesetzt, wobei zum Beispiel die Entwicklung eines Schülerlabortages, der das Potential des Quantenkoffers nutzt und an den Lehrgang anknüpft, möglich erscheint.

3 Entwicklung des Lehrgangs

In diesem Kapitel wird die Entwicklung eines Lehrgangs zur Quantenphysik beschrieben, der die Wesenszüge der Quantenphysik ins Zentrum stellt und diese Wesenszüge mit Experimenten verbindet, wie sie mit dem Quantenkoffer durchführbar sind. Als Grundlage dienen dabei im Wesentlichen die in Kapitel 2 beschriebenen theoretischen Betrachtungen, wobei bei der Entwicklung ein Fokus auf die Vermeidung möglicher Lernhindernisse und inadäquater Vorstellungen gelegt wird und es ein Ziel ist, die Wesenszüge der Quantenphysik verständlich und anschaulich zu thematisieren. Zunächst werden die Zielsetzung und grobe Struktur, sowie die inhaltliche Ausrichtung dargestellt, bevor die Gestaltung zentraler Teile des Lehrgangs präziser vorgestellt wird.

3.1 Zielsetzung des Lehrgangs

Das übergeordnete Ziel des Lehrgangs soll es sein, den Schülerinnen und Schülern die Entwicklung adäquater Vorstellungen zu Quantenobjekten, basierend auf den Wesenszügen der Quantenphysik, und die Vorhersage von Wahrscheinlichkeiten für den Ausgang quantenphysikalischer Experimente, wie das Verhalten von Photonen im Interferometer oder Experimente mit Polarisationsfiltern, zu ermöglichen. Der Bezug zu den Wesenszügen scheint dabei grundlegend für ein Verständnis der Quantenphysik zu sein, welches über einen fachlich reduzierten, wenig anschlussfähigen Welle-Teilchen-Dualismus hinausgeht und auf den Einzug der Quantentechnologien in die Lebenswelt in kommenden Jahrzehnten vorbereitet. Wenn dieses Ziel erreicht wird, ist es möglich im Anschluss zum Beispiel den Photoeffekt zu thematisieren und fachgerecht zu beschreiben und damit auch den Anforderungen des KLP NRW 2022 Rechnung zu tragen. Insbesondere aufgrund eines voranschreitenden Wandels der Lehrpläne erscheint es sinnvoll, diese bei der Zielsetzung nicht als übergeordneten Rahmen zu betrachten, sondern einen Lehrgang so zu gestalten, dass er einen fortschrittlichen Zugang ermöglicht.

3.2 Entwicklung der Sachstruktur des Lehrgangs

Bei der Gestaltung eines Lehrgangs sind im Sinne der didaktischen Rekonstruktion nach Kattmann et al. (1997, S.4), insbesondere die fachliche Klärung und Erfassung von Schülervorstellungen relevant. Diese sind in Kapitel 2 dargestellt. Unter Berücksichtigung dieser ist eine Elementarisierung vorzunehmen und im Anschluss

eine Sachstruktur des Lehrgangs zu entwickeln. Die Elementarisierung bezeichnet dabei die „Konzentration auf Wesentliches, eine Vereinfachung und eine Unterteilung des Stoffes in adressatengerechte Sinneinheiten und Lernschritte“ (Wiesner et al., 2013, S.72). Sie muss „fachgerecht“, „anschlussfähig“ und „schülergemäß“ sein (Wiesner et al., 2013, S.74-75). Bei der Entwicklung eines Lehrgangs erscheint es notwendig, zunächst übergeordnet die inhaltliche Ausrichtung zu klären und die wesentlichen Elemente des Lehrgangs zu bestimmen. Dies entspricht in diesem Fall vor allem der Wahl des ersten exemplarischen Quantenobjektes, der Elementarisierung des Verhaltens von Quantenobjekten auf einer qualitativen Ebene, der dabei ausgewählten Interpretation der Quantenphysik sowie der zugrundeliegenden Mathematisierung für die quantitative Beschreibung.

Die Wesenszüge der Quantenphysik nach Küblbeck und Müller (2003) stellen für den Lehrgang die Elementarisierung der qualitativen Betrachtungen in der Quantenphysik dar. Sie sind die entscheidenden elementarisierten Kernideen, die den Anspruch haben fachgerecht und gleichzeitig schülergerecht zu sein. Dabei werden die vier Wesenszüge nach Küblbeck und Müller (2003) durch die Verschränkung, als fünften Wesenszug, ergänzt. Durch diese fünf Wesenszüge kann das Verhalten von Quantenobjekten qualitativ adäquat beschrieben werden. Während die ursprünglichen vier Wesenszüge bereits die Grundlage für mehrere Unterrichtskonzeptionen darstellen und die Ausbildung adäquater Vorstellungen fördern konnten, erscheint diese Ergänzung im Hinblick auf zukünftige Anwendungen der Quantenphysik relevant und trägt zur fachlichen Korrektheit bei, da eine Reduktion auf die Beschreibung einzelner Quantenobjekte zwar anschlussfähig ist, jedoch einen elementaren Unterschied der zwischen der klassischen Physik und der Quantenphysik besteht nicht berücksichtigt. Die Wesenszüge sollen im Unterricht explizit eingeführt und thematisiert werden. Als erstes Quantenobjekt wird exemplarisch das Photon betrachtet. Diese Wahl ermöglicht die Durchführung von Experimenten mit dem Quantenkoffer, in denen die Wesenszüge der Quantenphysik sichtbar werden und die dazu führen könnten, dass die Wesenszüge durch eine experimentelle Unterstützung besser verstanden werden. Dabei sind Experimente mit Licht grundsätzlich eher an die Lebenswelt von Schülerinnen und Schüler gebunden als Experimente mit Elektronen. Zudem wird in dem zuvor behandelten Inhaltsfeld zu klassischen Wellen die Frage nach der Natur des Lichts aufgeworfen, die sich so fortführend stellen lässt. Die Frage nach dem Verhalten von Elektronen wäre nicht in dieser Form an den vorherigen Unterricht oder

die Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler zu knüpfen. Wenn die Besonderheiten eines masselosen Objektes, dem kein Ort zugeschrieben werden kann und das nicht durch die Quantenelektrodynamik und die Schrödingergleichung beschrieben werden kann, nicht betrachtet werden, ist die exemplarische Betrachtung des Photons, das als Quantenobjekt analog zu Elektronen betrachtet wird, fachlich unsauber. Eine solche Unterscheidung zwischen der Beschreibung des Photons als masseloses Objekt von der Beschreibung der Elektronen erfolgt im Lehrgang, im Sinne der Schülergerechtigkeit und Zielgerechtigkeit, nicht, da diese ein Hindernis für das Verständnis der Quantenobjekte als eine neue Kategorie neben klassischen Wellen und Teilchen mit charakteristischen Eigenschaften darstellt. Insbesondere bei einer ersten Betrachtung erscheint es wichtig zu sein, die Gemeinsamkeiten ins Zentrum zu stellen damit die Übertragbarkeit der Wesenszüge auf beliebige Quantenobjekte zu ermöglichen. Die Erklärungen bleiben dabei in dem Sinne fachlich korrekt, dass eine Erweiterbarkeit, die die Unterscheidung von Photonen und Elektronen berücksichtigt, auf einem fortgeschrittenen universitären Niveau möglich bleibt. Die Analogisierung der Beschreibung verschiedener Quantenobjekte soll dabei so weit gehen, dass auch für Photonen eine Wahrscheinlichkeitsinterpretation durch eine Wellenfunktion eingeführt wird. Dies erscheint fachlich zunächst nicht korrekt, da die Interpretation einer Welle für Photonen eher einer Energiedichteverteilung entspricht und für masselose Objekte die Angabe einer Wahrscheinlichkeit für einen Ort nicht möglich ist. Letztendlich werden in Experimenten allerdings Zählraten gemessen, die die Detektionen von Energieportionen, die als Photonen interpretiert werden, angeben. Diese Statistik lässt sich mathematisch mit Wahrscheinlichkeiten identifizieren. Eine solche Interpretation erscheint auf dem Niveau der Schülerinnen und Schüler geeignet zu sein. Eine alternative Deutung und Beschreibung durch die Quantenfeldtheorie bleibt auf universitärem Niveau im Anschluss möglich, wobei die Deutung im Lehrgang als Grundlage verwendet und angepasst werden kann. Mit dieser Betrachtung soll ein Mittelweg zwischen der fachlichen Korrektheit und der Berücksichtigung der Schülergerechtigkeit gefunden werden.

Mit den Wesenszügen einhergehend wird die Kopenhagener Deutung als dem Lehrgang zugrundeliegende Interpretation der Quantenphysik gewählt. Dies erscheint sinnvoll, da es sich bei dieser um die am weitesten verbreitete Interpretation handelt und mit dieser nicht grundsätzlich Lernhindernisse einhergehen, die mit einer statistischen Deutung vermieden werden könnten. Es ist nach aktuellem Stand der

Forschung zu Schülervorstellungen nicht davon auszugehen, dass die Verallgemeinerung einer Wahrscheinlichkeitsbeschreibung auf die Wahrscheinlichkeiten von einzelnen Quantenobjekten problematisch ist. Hingegen könnte die Einführung einer unvollständigen Theorie, ähnlich wie die unbeantwortete Frage nach dem „Warum?“, zu Unzufriedenheit mit dem Konzept führen, sodass sich eine statistische Deutung aus Sicht der Schülerinnen und Schüler möglicherweise als weniger tragfähig erweist und sich bei diesen inadäquate Vorstellungen festigen.

Eine quantitative Betrachtung, die die qualitative Beschreibung durch die Wesenszüge ergänzt, beruht auf einer Mathematisierung des Verhaltens von Photonen an den, für die Experimente zu den Wesenszügen, elementaren Strahlteilern und Polarisationsfiltern. Dabei lässt sich die mathematische Beschreibung eng an das Verständnis der Wesenszüge knüpfen, um dieses zusätzlich zu fördern und den Schülerinnen und Schülern einen besseren Zugang zur mathematischen Beschreibung zu ermöglichen. Dazu wird die Mathematik als Werkzeug für die Beschreibung der Wahrscheinlichkeiten eingesetzt und eng mit Experimenten zur Betrachtung der Wesenszüge verknüpft. Auf diese Weise soll sie für die Schülerinnen und Schüler handhabbar werden. Zudem wird die mathematische Beschreibung schrittweise eingeführt und durch Grafiken ergänzt, um diese zu veranschaulichen und das Verständnis der mathematischen Beschreibung ins Zentrum zu rücken und nicht das Ausrechnen in den Vordergrund treten zu lassen. Dies könnte die Akzeptanz der Schülerinnen und Schüler für die mathematische Beschreibung steigern. Zur Unterstützung werden zum Beispiel Zeigerdiagramme eingesetzt. Bei der Mathematisierung wird auf Vektoren und Matrizen als grundlegende Darstellungsweisen und die Vektor-Matrix-Multiplikation als Berechnungsvorschrift zurückgegriffen, wobei diese als Konzept zunächst einzuführen sind. Zudem werden als Einträge in den Matrizen und Vektoren komplexwertige Einträge verwendet um neben der Wahrscheinlichkeit für den Zustand, die durch das Betragsquadrat einer Zahl angegeben wird, auch die Phase einer zugehörigen Wellenfunktion, den Winkel der komplexen Zahl in der Polardarstellung, zu berücksichtigen. Die Anschlussfähigkeit der mathematischen Beschreibung ist im Hinblick auf weiterführende Betrachtungen auf universitärem Niveau gegeben, da diese zu einer fachwissenschaftlichen Beschreibung kompatibel ist. Die Beschreibung ist fachlich korrekt, kann allerdings nicht weiter vereinfacht werden, ohne zu falschen Ergebnissen zu führen. Bei den mathematischen Grundlagen kann nur bedingt auf Vorwissen der Schülerinnen und Schüler

zurückgegriffen werden. Diese kennen gegebenenfalls schon die Schreibweise von Vektoren und lernen im Laufe der Oberstufe eventuell Matrizen als Übergangsmatrizen in der Stochastik kennen, wobei dies nicht obligatorisch ist und in der Regel nicht vor dem Unterricht zur Quantenphysik in der Q1 behandelt wird. Komplexe Zahlen sind grundsätzlich kein Bestandteil des Mathematikunterrichts. Inwiefern der Umgang mit einer solchen Mathematisierung für die Schülerinnen und Schüler verständlich ist und akzeptiert wird ist zunächst fraglich, da mögliche grafische Unterstützungen das einzige Mittel darstellen, das ein Verständnis erleichtern kann.

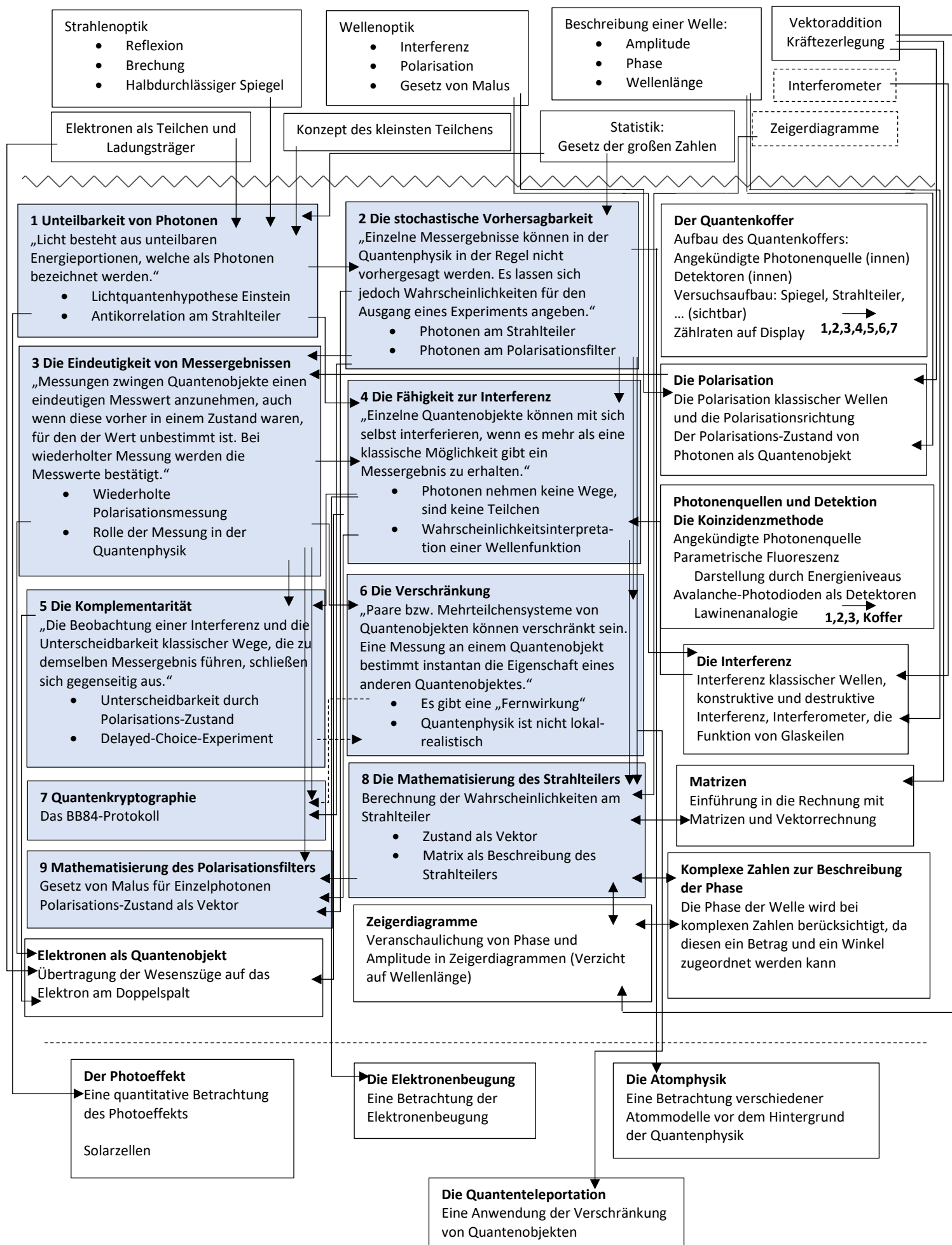
Grundsätzlich ausgespart wird im Lehrgang der Bereich der Atomphysik. Diese soll nicht Teil des Lehrgangs sein, sondern eigenständig betrachtet werden. Sie könnte sowohl im Anschluss als auch vorbereitend behandelt werden, ist jedoch nicht notwendigerweise an die hier zentrale Betrachtung der Quantenobjekte geknüpft und könnte von diesem Kern der Quantenphysik ablenken, wenn sie in den Lehrgang integriert würde.

Durch diese inhaltliche Ausrichtung wird versucht einen Mittelweg zwischen Fachgerechtheit, Zielgerechtheit und Schülergerechtheit einzuschlagen. Die Zielgerechtheit ist dabei, bezüglich des übergeordneten Ziels, eng mit der Elementarisierung durch die Wesenszüge und die Ergänzung durch eine quantitative Beschreibung verbunden. In der expliziten Ausgestaltung bestimmter Abschnitte des Lehrgangs liegt der Fokus auf der Berücksichtigung der Schülervorstellungen und bekannter Lernhindernisse, die insbesondere auch bei der Gestaltung von begleitenden Abbildungen zu berücksichtigen sind, während bei der groben Sachstruktur beachtet werden soll, dass diese durch ihre zeitliche Abfolge ein fachlich adäquates Verständnis ermöglicht. Natürlich werden beide Perspektiven für beide Planungsschritte berücksichtigt, um zum Beispiel nicht bereits durch die Sachstruktur die Ausbildung inadäquater Vorstellungen zu unterstützen, allerdings werden die beiden Perspektiven in den genannten Teilen jeweils priorisiert betrachtet.

Die grobe Sachstruktur des Lehrgangs wird durch das Sachstrukturdiagramm auf Seite 37 dargestellt. Es bietet sowohl einen Überblick über den zeitlichen Ablauf und die Struktur des Lehrgangs als auch über inhaltliche Verbindungen und Bezüge, sowie Voraussetzungen und Vorwissen, auf welches im Lehrgang zurückgegriffen wird. Zudem sind die wichtigsten Unterpunkte zu den Elementen des Lehrgangs dargestellt. Oberhalb einer Wellenlinie sind dabei in Anlehnung an Kircher et al. (2015, S. 101-103) die Lernvoraussetzungen notiert. Bei diesen handelt es sich um Themen, die in

der Regel vor dem Lehrgang im Unterricht behandelt werden und auf die im Lehrgang zurückgegriffen wird. Zu manchen Themen wird die Grundlage im Lehrgang explizit thematisiert, sodass sich dort an Stelle einer Wiederholung auch die Möglichkeit bieten kann diese ausführlicher zu besprechen, wenn dies notwendig erscheint. Themen, für die eine vorherige Behandlung vorteilhaft wäre, die jedoch nicht zwingend notwendig sind, werden in gestrichelten Kästchen dargestellt, um diese von obligatorischen Vorkenntnissen unterscheiden zu können. Unter der Wellenlinie, oberhalb der gepunkteten Linie befinden sich die Konzepte und wesentlichen inhaltlichen Kernideen, die im Lehrgang thematisiert werden sollen. Besonders hervorgehoben sind dabei die Kernideen und Konzepte, die den Lehrgang strukturieren. Unterhalb der gepunkteten Linie befinden sich in Anlehnung an Müller & Duit (2004, S.150) Inhalte, die an den Lehrgang anschließen und aufbauend betrachtet werden können. Die einzelnen Blöcke werden durch Pfeile miteinander verbunden. Nach Müller & Duit (2004, S.150) zeigen einfache Pfeile dabei eine sachlogische Folge an, während Doppelpfeile wechselseitige Beziehungen darstellen. Gestrichelte Pfeile weisen darauf hin, dass ein Block zeitlich nach einem anderen behandelt werden soll, dies jedoch nicht durch die Sachlogik vorgegeben ist (Müller & Duit, 2004, S.150).

Die mathematische Beschreibung wird der qualitativen Beschreibung nachgelagert. Es werden zunächst rein qualitativ die Wesenszüge in Verbindung mit Experimenten behandelt, bevor die Wahrscheinlichkeiten für bestimmte Messergebnisse quantitativ beschrieben werden. Diese zeitliche Trennung soll ein grundlegendes, allgemeines Verständnis der Wesenszüge ermöglichen, bevor dieses durch eine mathematische Beschreibung ergänzt wird. So ist es zum Beispiel erst möglich den Strahlteiler richtig zu beschreiben, wenn sowohl die stochastische Vorhersagbarkeit als auch die Fähigkeit zur Interferenz betrachtet wurden. Da die Mathematik im Unterricht als Hilfsmittel wahrgenommen werden soll, erscheint es besonders wichtig, dass ein grundlegendes qualitatives Verständnis vor der quantitativen Beschreibung aufgebaut wird und dies nicht gleichzeitig entwickelt wird, da dies überfordernd wirken und zu Problemen bei dem Verständnis der Mathematisierung führen könnte. Grundsätzlich wäre es im Unterricht auch möglich die zu einer qualitativen Beschreibung zugehörige quantitative Betrachtung direkt einzuführen, wobei dann verschiedene Entwicklungsstufen der Strahlteiler-Matrix zu betrachten wären.



3.3 Die Ausgestaltung der Kernelemente im Lehrgang

Entsprechend dieser Sachstruktur wird nun die Ausgestaltungen der wesentlichen Elemente der Sachstruktur beschrieben und dabei erläutert, warum diese so gestaltet wurden. Die Elemente werden dabei in der Abfolge der beschrieben, wie sie auch im Lehrgang eingeführt werden.

3.3.1 Die Unteilbarkeit von Photonen

Nachdem der Photoeffekt, als historischer Aufhänger für die Frage nach der Natur des Lichts und eine möglicherweise nicht ausreichende klassische Beschreibung, ange-rissen wird, um diese Frage auch für den Unterricht zu stellen, wird als mögliche Betrachtungsweise die Lichtquantenhypothese von Einstein (1905) besprochen, wobei der Photoeffekt nicht quantitativ beschrieben wird und nicht als Nachweis der Quantisierung des Lichts dargestellt wird (siehe Anhang A, S.92). Als geeignete Experimente zur Untersuchung der Existenz von Photonen werden Strahlteiler-experimente eingeführt. „Wenn es eine kleinste Energieportion gibt, kann diese am Strahlteiler entweder transmittiert (durchgelassen) oder reflektiert werden“ (Anhang A, S.94). Dabei ist anzunehmen, dass die Unteilbarkeit, als ein Konzept für kleinste Teilchen, welches Schülerinnen und Schüler bereits aus dem Physikunterricht kennen, verständlich ist und die experimentelle Unterscheidbarkeit klassischer und quanten-physikalischer Modelle am Strahlteiler plausibel erscheint. Auf den Begriff des Teilchens wird in der ersten Version des Lehrgangs in Anlehnung an das Erlanger Unterrichtskonzept verzichtet, um die Ausprägung einer Teilchenvorstellung nicht zu unterstützen. Stattdessen wird konsequent der Begriff der Energieportion oder des Photons genutzt. Auch auf Abbildungen, die Photonen als kleine Kugeln, oder Kreise darstellen wird verzichtet.

Die Aufteilung des Lichts am Strahlteiler wird für klassische Lichtmodelle als Strahl und Welle, als grafische Unterstützung und zur Einführung des Symbols für den Glaskeil in einer Abbildung skizziert, während auf eine Verbildlichung der Aufteilung eines Stroms von Photonen verzichtet wird.



Abbildung 12: Aufteilung von Lichtstrahl und Lichtwelle an einem Strahlteiler

Die Funktionsweise von Strahlteilern ist den Schülerinnen und Schülern bereits aus dem Alltag, zum Beispiel durch den Umgang mit halbdurchlässigen Spiegeln, bekannt. Daher wird der halbdurchlässige Spiegel als eine Form des Strahlteilers explizit benannt: „Dies ist zum Beispiel an einem halbdurchlässigen Spiegel der Fall. Es kann gleichzeitig durch ihn hindurchgesehen und das Spiegelbild betrachtet werden“ (Anhang A, S.93).

Nach dieser grundsätzlichen Betrachtung des Strahlteilers, als Möglichkeit zur experimentellen Untersuchung, wird das Experiment von Grangier et al. (1986) als das entscheidende Experiment zum Nachweis der Unteilbarkeit kleiner Lichtportionen am Strahlteiler eingeführt. Dabei wird, zunächst ohne eine Erläuterung der Erzeugung von Photonenpaaren durch die SPDC, das Prinzip der Koinzidenzmessung für angekündigte Photonenquellen eingeführt. Die Funktionsweise von angekündigten Photonenquellen und Licht-Detektoren wird nach dem Abschnitt zur Unteilbarkeit, vor der Thematisierung der Wesenszüge in Form eines Einschubs (Anhang A, S.99-100) thematisiert und als mögliche Ergänzung betrachtet, während an dieser Stelle nur der grobe Ablauf von Experimenten mit angekündigten Photonenquellen beschrieben wird. Der grundsätzliche Aufbau von Experimenten mit angekündigten Photonenquellen wird dabei durch die folgende Grafik unterstützt, die darstellt, wie sich eine Messung mit einer angekündigten Photonenquelle grundlegend aufteilen lässt, während häufig nur der reduzierte Versuchsaufbau, wie zum Beispiel der Strahlteiler, oder ein Interferometer betrachtet wird.

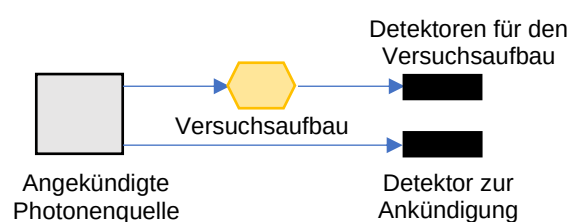


Abbildung 13: Schema für die Messung mit Ankündigung

Der Begriff der Koinzidenz wird als „gleichzeitiges Ereignis“ eingeführt, wobei direkt auch der Begriff des Koinzidenzfensters eingeführt wird, um diesen einzuordnen: „Wenn innerhalb von 10 ns (dem Koinzidenzfenster) bevor, oder nachdem ein Ereignis am Detektor zur Ankündigung registriert wird, ein Ereignis an einem Detektor hinter dem Versuchsaufbau detektiert wird, handelt es sich um ein gleichzeitiges Ereignis (eine Koinzidenz)“ (Anhang A, S.95). Während sich der Abschnitt zur Unteilbarkeit grundsätzlich am Erlanger Konzept orientiert, wird hier bewusst von der Auslassung

des Begriffs des Koinzidenzfensters abgewichen, um ein adäquates Verständnis der „Gleichzeitigkeit“ und ein besseres Verständnis von dem Experiment zu ermöglichen. Die Einführung des Koinzidenzbegriffs wird dabei auch durch eine Abbildung unterstützt.

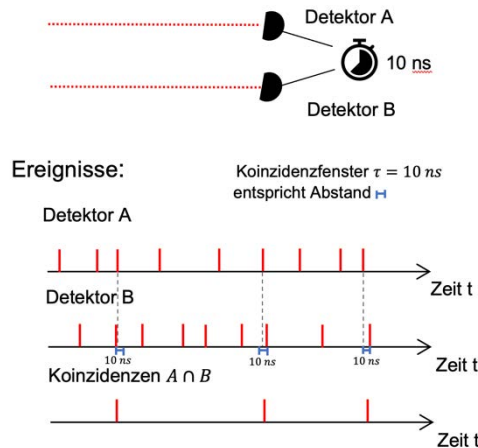


Abbildung 14: Gleichzeitigkeit - Was ist eine Koinzidenz?

Diese soll veranschaulichen, wie aus den Zählraten zweier Detektoren die Koinzidenzen ermittelt werden können, wobei das Koinzidenzfenster als Zeitspanne eingezeichnet ist. Die Verwendung der Koinzidenzmethode wird, in Anlehnung an die Untersuchungen von Bitzenbauer (2020, S. 60) als Trick bei der Messung beschrieben, um den Einfluss von Umgebungslicht zu reduzieren. Dieser konnte zeigen, dass die Einführung des Konzepts der Koinzidenzmessung auf diese Art und Weise von den Schülerinnen und Schülern akzeptiert wird (Bitzenbauer, 2020, S.84). Im Anschluss werden der Versuchsaufbau und die Durchführung beschrieben.

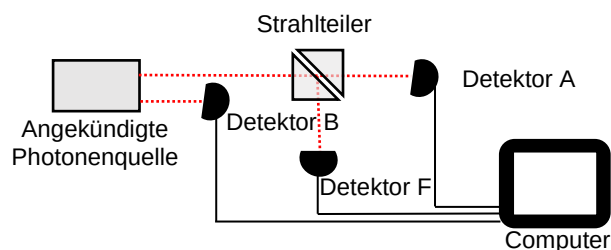


Abbildung 15: Schematischer Aufbau des Experiments zur Unteilbarkeit am Strahlteiler nach Grangier et al. (1986)

Da dieser Versuch während der Erstellung des Lehrgangs nicht mit dem Quantenkoffer durchführbar war, wurde zu diesem Versuch ein Video zu der Durchführung des Versuchs mit einem anderen Aufbau, dem Quantum Entanglement Demonstrator der Firma qutools, bereitgestellt. Technisch handelt es sich um den gleichen Grundaufbau, welcher in der Bedienung allerdings deutlich von dem Quantenkoffer abweicht. Es erscheint sinnvoll das Video zu ersetzen, sobald der Versuch mit dem Quantenkoffer durchführbar ist. Die Videos zu allen Experimenten, die im Lehrgang eingesetzt

werden, sind in Form von QR-Codes abrufbar, die in der PDF-Version des Lehrgangs auch angeklickt werden können, um am gleichen Gerät Zugriff auf das Video zu erhalten. Im Anschluss an den Versuch wird dieser ausgewertet. Dabei wird die geringe Zahl an Koinzidenzen als Hinweis auf eine Quantennatur des Lichts beschrieben, jedoch die Notwendigkeit einer anschließenden statistischen Betrachtung hervorgehoben: „Achtung! Da die Zählrate der Dreifach-Koinzidenzen $A \cap F \cap B$ gering, aber nicht 0, ist, kann nicht direkt gefolgert werden, dass Licht aus unteilbaren Photonen besteht“ (Anhang A, S.96). Dieser Hinweis ist wichtig, da sonst die niedrige Zählrate, die auch semi-klassisch zu erklären ist, als Nachweis für die Unteilbarkeit missverstanden werden könnte. Um die Notwendigkeit der Beschreibung des Lichts als Strom von Photonen zu zeigen, wird die Berechnung des Quotienten $\frac{P_{A \cap F \cap B}}{P_{A \cap B} \cdot P_{F \cap B}}$ mit Hilfe der Zählraten eingeführt. Auf eine Bezeichnung als Wert der Korrelationsfunktion wird verzichtet, da dieser Fachbegriff keinen Mehrwert bietet. Stattdessen wird die Herleitung kurz gehalten und auf elementaren Statistikkenntnissen aufgebaut, sowie durch Beispiele ergänzt, die der Erinnerung der statistischen Grundlagen dienen. Eine darüber hinausgehende Betrachtung der Photonenstatistik, wie eine experimentelle Bestimmung des Wertes für klassisches Licht, findet nicht statt, da die Herleitung einer alternativen Formel dafür aufwendig ist und nicht sinnvoll erscheint. Auf diese wurde auch im Erlanger Konzept, in der Form wie es von Bitzenbauer (2020) untersucht wurde, verzichtet.

Der anschließende Einschub zur Detektion und Erzeugung von Photonen in Experimenten, wie sie im Lehrgang verwendet werden wird kurzgehalten und ist nicht notwendigerweise durchzuführen. In diesem wird als Analogie für die Funktionsweise von APD, entsprechend ihrer Namensgebung, in Anlehnung an das Erlanger Konzept eine Schneelawine genutzt, da diese nach Bitzenbauer (2020, S. 78, 84) akzeptiert wurde.

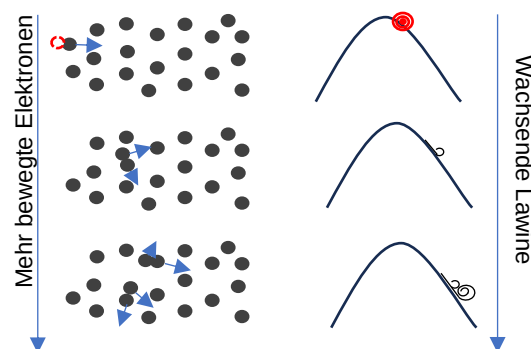


Abbildung 16: Analoge Darstellung der Schneelawine und Elektronenlawine

Für die angekündigte Photonenquelle werden die Energieniveaus als Analogie verwendet (siehe, Anhang A, S.99), da der nicht-lineare Prozess sonst nicht zugänglich erscheint. Dies ist fachlich anschlussfähig, da diese Darstellung, wie bereits in den Grundlagen auf Seite 9 beschrieben, auch in der Fachliteratur üblich ist. Hier kann an Vorwissen angeknüpft werden, falls die Atomphysik bereits im Vorfeld behandelt wurde. Es ist davon auszugehen, dass Energieniveaus als Schaubild allerdings auch unabhängig von einer vorherigen Behandlung der Atomphysik verstanden werden.

3.3.2 Die stochastische Vorhersagbarkeit

Nachdem auf diese Art und Weise die Notwendigkeit einer quantenphysikalischen Beschreibung gezeigt wird, wird in Form der Wesenszüge das Verhalten von Quantenobjekten betrachtet. Es gilt nun im Unterricht zu verstehen, wie sich solche Quantenobjekte, exemplarisch Photonen, verhalten und welche Wesenszüge diese haben. Zu jedem Wesenszug wird zunächst der Wesenszug formuliert, bevor betrachtet wird, wie sich dieser in Experimenten zeigt, was jeweils durch Experimente mit dem Quantenkoffer unterstützt wird. Im Anschluss finden dann Schlussfolgerungen aus dem Wesenszug und der experimentellen Beobachtung statt. Als erster Wesenszug wird die stochastische Vorhersagbarkeit eingeführt.

Diese wird mit dem gleichen Versuchsaufbau verbunden, wie die Unteilbarkeit, in dem das stochastische Verhalten von Photonen am Strahlteiler betrachtet wird. Dass es sich bei der Beschreibung vom Zufall um eine Abweichung von der klassischen Physik handelt, wird bereits vor der erneuten experimentellen Betrachtung thematisiert, indem auf die Berechenbarkeit in der klassischen Physik hingewiesen wird:

„Während es in der klassischen Physik in der Regel Formeln gibt, mit denen der Ausgang von Experimenten berechnet und vorhergesagt werden kann, ist dies in der Quantenphysik nicht der Fall. Dies liegt nicht daran, dass die richtigen Formeln nur noch nicht gefunden worden sind. Vielmehr ist das Verhalten einzelner Quantenobjekte nicht direkt berechenbar und vorhersagbar.“ (Anhang A, S.102)

Die Beschreibung ist verkürzend, da Experimente auch bei einer klassischen Beschreibung Messunsicherheiten aufweisen und Schülerinnen und Schüler gewohnt sind, dass Experimente gerade nicht zu dem theoretisch bestimmten Wert führen. Die Grundidee und insbesondere die neue Bedeutung von theoretischen Beschreibungen und Berechnungen in der Quantenphysik wird dadurch allerdings gut wiedergegeben und der Kontrast zu einer weit verbreiteten Wahrnehmung, dass die Berechnung einen

ideellen, wahren Wert gibt, der mit dem Experiment angenähert wird (Hellwig, 2012, S.15-17), wird deutlich. An dieser Stelle könnte sich im Unterricht eine ausführlichere Thematisierung anbieten, die auch zur Ausbildung adäquater Vorstellungen zur Nature of Science genutzt werden kann.

Nach diesem groben Einblick in die Bedeutung der stochastischen Vorhersagbarkeit wird das Experiment beschrieben, welches in diesem Fall ohne Dreifach-Koinzidenzen auskommt und daher mit dem Quantenkoffer durchgeführt werden kann. Der Aufbau entspricht Abbildung 15, wobei in diesem Fall die Koinzidenzen $A \cap B$ und $F \cap B$ betrachtet werden. Detektor B dient der Ankündigung und es wird untersucht, ob und wie viele Photonen an einem Strahlteiler transmittiert oder reflektiert werden. Zunächst wird der Pumplaser mit voller Intensität betrieben und es werden die Koinzidenzen $A \cap B$ ohne Strahlteiler gemessen, bevor der Strahlteiler eingesetzt wird und die Koinzidenzen sowohl für Reflexion als auch für Transmission bestimmt werden. Aus diesen hohen Zählraten, die immer um einen festen Mittelwert schwanken, lässt sich ableiten, dass Wahrscheinlichkeiten für Transmission und Reflexion angegeben werden können. Im Anschluss wird die Intensität des Pumplasers heruntergeregelt und für einzelne Koinzidenzen kann beobachtet werden, dass diese keinem Muster folgen. „Es zeigt sich im Experiment, dass für ein Photon am Strahlteiler nur die Wahrscheinlichkeit vorhergesagt werden kann, dass dieses transmittiert oder absorbiert wird, nicht aber welche Möglichkeit für das einzelne Photon realisiert wird“ (Anhang A, S.103). Bei dieser Betrachtung wird bewusst genutzt, dass Schülerinnen und Schüler dazu tendieren etwas als zufällig wahrzunehmen, wenn etwas keinem Muster folgt. Die Anteile für Reflexion und Transmission werden bei hohen Zählraten deutlich, jedoch könnten Schülerinnen und Schüler an der Stelle annehmen, dass die Aufteilung als zufällig beschrieben wird, weil nicht genau genug gemessen werden kann und daher Informationen fehlen. Um ein adäquates Verständnis der stochastischen Vorhersagbarkeit zu entwickeln, erscheint die Vermeidung dieser Vorstellung durch die Betrachtung einzelner Ereignisse geeignet.

Nach der Betrachtung des ersten Wesenszuges am Strahlteiler wird vorbereitend für den zweiten Wesenszug, die Eindeutigkeit von Messergebnissen, der Polarisations-Zustand von Photonen eingeführt und die stochastische Vorhersagbarkeit für diesen untersucht. Dabei wird zunächst klassisch die Polarisation einer elektromagnetischen Welle beschrieben, um Vorwissen zur Polarisation zu aktivieren. Dies betrifft zum Beispiel die Wirkung von Polarisationsfiltern, oder Begriffe, wie die Polarisations-

richtung, die durch einen Polarisationswinkel beschrieben wird. Letzterer wird durch die Betrachtung einer ins Blatt hineinlaufenden Welle definiert (Anhang A, S.104). Zudem wird für Licht als Welle dargestellt, wie Polarisationsrichtungen in zwei zueinander orthogonale Polarisationsrichtungen aufgeteilt werden können, und wie sich dies auf die Transmission einer polarisierten Welle am Polarisationsfilter auswirkt. Das Gesetz von Malus als quantitative Beschreibung wird an dieser Stelle nicht thematisiert und auch auf eine experimentelle Untersuchung der Polarisation wird für klassisches Laserlicht verzichtet, da zunächst die qualitative Betrachtung des Lichts als Quantenobjekt zentral sein soll. Die Polarisation wird dabei generell auf die lineare Polarisation reduziert, da diese für eine anschließende Betrachtung der Polarisations-Zustände als Vorwissen ausreicht. Für Photonen werden, da diesen keine Schwingungsrichtung zugeordnet werden kann und diese von Licht als Welle abgegrenzt werden sollen, eigene Sprechweisen eingeführt:

„Wenn Photonen auf einen Polarisationsfilter treffen, wird der Polarisations-Zustand der Photonen gemessen“ (Anhang A, S.104).

„Das Photon befindet sich im Polarisations-Zustand vertikal/ 90° oder horizontal/ 0° “ (Anhang A, S.104).

Die Erzeugung verschiedener Polarisationszustände in der Quelle durch zwei BBO-Kristalle wird grafisch veranschaulicht, bevor ein Experiment durchgeführt wird, damit der Einfluss der Polarisation des Lichts des Pumpasers auf die Polarisationszustände der Photonen im Experiment berücksichtigt werden kann. Die reduzierte grafische Darstellung, die die für diesen Wesenszug irrelevante Bauteile, wie die YVO weglässt, soll ein Verständnis dieser Zerteilung ermöglichen, ohne dass notwendigerweise die Funktionsweise einer angekündigten Photonenquelle mit der SPDC verstanden sein muss.

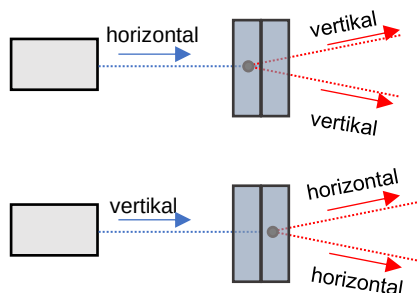


Abbildung 17: Erzeugung verschiedener Polarisationszustände in der angekündigten Photonenquelle

Im Experiment im Anschluss wird dann experimentell die Bedeutung von Polarisationszuständen untersucht. Dabei wird der folgende Aufbau verwendet:

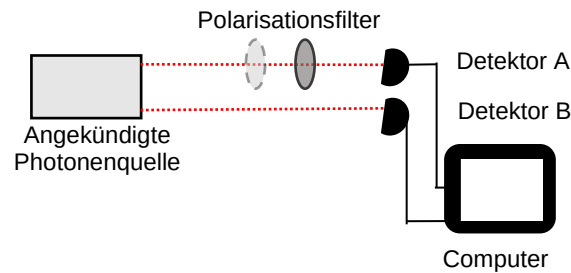


Abbildung 18: Experimenteller Aufbau zur Untersuchung des Verhaltens von Photonen am Polarisationsfilter

Zunächst ist das Licht des Pumpasers horizontal polarisiert, sodass nur Photonen im Zustand vertikal erzeugt werden. Mit einem Polarisationsfilter wird für die Einstellungen horizontal, vertikal, $+45^\circ$ und -45° untersucht, welcher Anteil der Photonen am Polarisationsfilter transmittiert wird. Es zeigt sich das gleiche Verhalten, welches für die Intensität des klassischen Lichts bekannt ist. Im Anschluss wird der Polarisationsfilter in Rotation versetzt und die Zählraten werden in einem Polardiagramm aufgetragen. Bei diesem wird in dem Winkel, der der Einstellung des Polarisationsfilters entspricht als Abstand zum Zentrum die Zählrate aufgetragen.



Abbildung 19: Die Darstellung der Messwerte in einem Polardiagramm

Wenn die Photonen, die auf den Polarisationsfilter treffen, in einem bestimmten Polarisations-Zustand sind, ergibt sich im Polardiagramm eine „8“, die in Richtung des Polarisations-Zustands der Photonen vor der Messung ausgerichtet ist. In diesem Fall ist zu erkennen, dass die in der Quelle erzeugten Photonen im Polarisations-Zustand vertikal sind. Diese Darstellung ist insbesondere für den zweiten Versuchsteil und als Vorbereitung auf die Untersuchung der Verschränkung nützlich. Im Polardiagramm wird der Polarisations-Zustand unmittelbar sichtbar, sodass diese Darstellung entlastend wirken könnte. Im zweiten Versuchsteil wird die Quelle so eingestellt, dass der Polarisations-Zustand der emittierten Photonen unbestimmt ist. Dies ergibt sich im

Polardiagramm zu einem Kreis. Dann wird ein zweiter Polarisationsfilter vor den ersten gesetzt, der eine feste Einstellung behält, dessen Einstellung variiert wird. Es zeigt sich, dass sich die „8“ immer in dem Winkel ausrichtet, der der Einstellung des ersten Polarisationsfilters entspricht. Im Anschluss an das Experiment wird dafür die folgende Sprechweise eingeführt:

„An einem ersten Polarisationsfilter, dem Präparator wird der Polarisations-Zustand von Photonen präpariert, bevor er an einem zweiten Polarisationsfilter, dem Analysator analysiert wird“ (Anhang A, S.107). Es wird eine Präparation und Analyse beschrieben. Dabei ist insbesondere zu thematisieren, dass der hintere Polarisationsfilter, der Analysator, auch den Polarisations-Zustand der Photonen verändern kann, präparieren kann, dies jedoch nicht analysiert wird. Das Messergebnis wird durch Grafiken noch einmal dargestellt:

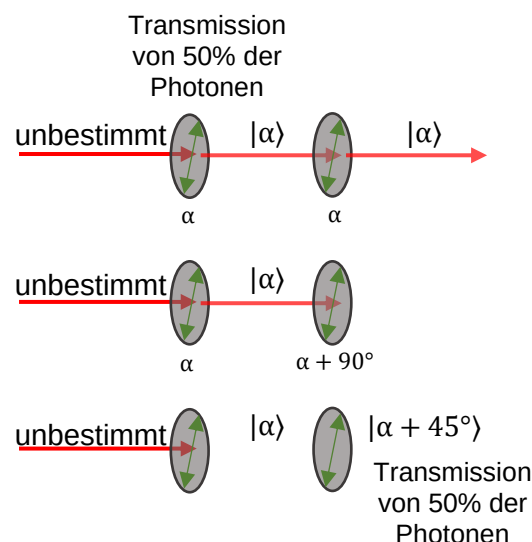


Abbildung 20: Polarisations-Zustände und Transmissionswahrscheinlichkeiten am Polarisationsfilter

Da sich in diesen Experimenten eindeutig zeigt, dass das Verhalten von Photonen am Polarisationsfilter analog zu dem Verhalten klassischer Wellen am Polarisationsfilter ist, wird dies im Lehrgang benannt, um das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler zu nutzen.

3.3.3 Die Eindeutigkeit von Messergebnissen

Bereits an diesem Experiment ließe sich die Eindeutigkeit von Messergebnissen thematisieren. Die Messung des Polarisations-Zustands bestimmt eindeutig den Polarisations-Zustand eines Photons. Das kann bei der Analyse mit einem zweiten Polarisationsfilter beobachtet werden. Um dies hervorzuheben, wird es allerdings in einem weiteren Experiment verdeutlicht.

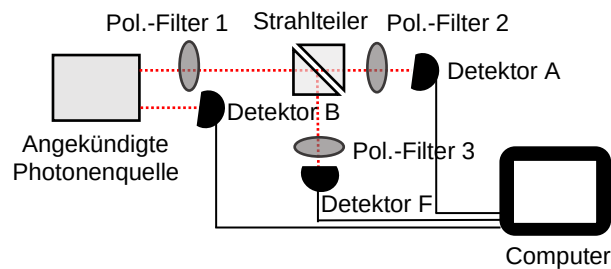


Abbildung 21: Schematischer Aufbau zur wiederholten Polarisationsmessung hinter einem Strahlteiler

Es wird an einem ersten Polarisationsfilter ein Polarisations-Zustand präpariert. Nach einer Aufteilung am Strahlteiler wird an den Polarisationsfiltern 2 und 3 der Polarisations-Zustand analysiert, wobei sich zu jeder Einstellung von Filter 1 Einstellungen der Filter 2 und 3 finden lassen, sodass die Zählrate an einem Detektor maximal ist, während sie am anderen minimal ist. Durch diese Gegenüberstellung wird die Eindeutigkeit der Messergebnisse hervorgehoben. Gleichzeitig bereitet dieser Aufbau auf den Aufbau zum BB84-Protokoll vor und es wird festgestellt, dass die Reflexion einen Einfluss auf den Polarisations-Zustand hat. Dieser Einfluss der Reflexion auf den Polarisations-Zustand ist zum Beispiel bei einer Betrachtung der Komplementarität am Michelson Interferometer notwendig.

Um die Rolle des Messprozesses erstmalig zu thematisieren, wird dabei die Polarisationsmessung ausgewählt und nicht das Reflexions-/ Transmissionsverhalten am Strahlteiler, da für die Polarisationsmessung die wiederholte Messung möglich ist und die experimentelle Beobachtung damit sehr eng mit der Formulierung des Wesenszuges in Verbindung gesetzt werden kann.

3.3.4 Die Fähigkeit zur Interferenz

Im Anschluss wird die Fähigkeit zur Interferenz eingeführt. Dazu wird zunächst die klassische Interferenz von Wellen wiederholt und insbesondere an einem Interferometer betrachtet, da auch wenn Interferenz im vorherigen Unterricht behandelt wurde, dabei häufig der Doppelspalt zentral ist. Als Interferometer wird in dieser Phase des Lehrgangs das Mach-Zehnder Interferometer ausgewählt, wobei das Michelson Interferometer für Anwendungsaufgaben genutzt werden kann. Der Vorteil des Mach-Zehnder Interferometers besteht in seinem klar strukturierten Aufbau, in dem klassische Wege nur einfach durchlaufen werden und nicht mehrfach aus verschiedenen Richtungen Licht auf einen Strahlteiler trifft. Zudem kann mit zwei Detektoren an zwei Ausgängen detektiert werden, wodurch auf einen Phasensprung bei der Reflexion geschlossen werden und einer möglichen inadäquaten Vorstellung,

dass durch Interferenz an mehreren Ausgängen gleichzeitig Maxima beobachtet werden können, entgegengewirkt werden kann. Eine solche Vorstellung würde der Energieerhaltung widersprechen. Das Michelson-Interferometer ist im traditionellen Physikunterricht bekannter, da es historisch zur Untersuchung eines Äthers eingesetzt wurde, aus oben genannten Gründen für ein erstes Verständnis aber schlechter geeignet als das Mach-Zehnder Interferometer.

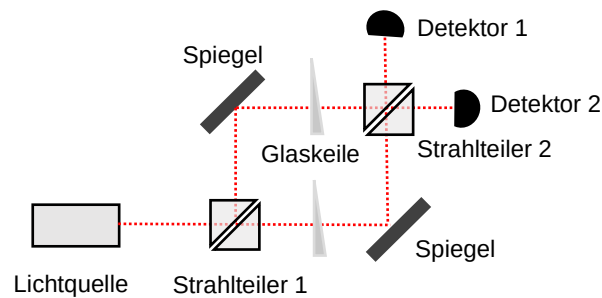


Abbildung 22: Schematischer Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers mit Glaskeilen

Die Interferenz von Wellen wird im Lehrgang über die Formulierungen „Berg trifft Berg“ und „Berg trifft Tal“ beschrieben und grafisch veranschaulicht (siehe Anhang A, S.110). Grundsätzlich sollte die Interferenz als Phänomen bereits bekannt sein. Die Wiederholung dient an dieser Stelle der Aktivierung des Vorwissens und soll für eine qualitative Beschreibung der Interferenz von Licht als Welle ausreichen, bevor die Interferenz von Quantenobjekten betrachtet wird. Ziel ist es, dass der Grundaufbau des Interferometers für klassisches Licht verstanden wird, sodass dieser für die Betrachtung der Interferenz einzelner Quantenobjekte bekannt ist und die Besonderheit der Quantenobjekte wahrgenommen werden kann. Entsprechend wird auch die Funktion der Glaskeile mit Hilfe einer Abbildung veranschaulicht. „Da die Lichtgeschwindigkeit in Glas geringer als in Luft ist, führt eine dickere Glasschicht zu einer längeren Laufzeit des Lichts und der Photonen. So entstehen Laufzeitunterschiede zwischen den verschiedenen Wegen zwischen den Strahlteilern, je nachdem wie dick die Glasschichten in den beiden Wegen sind“ (Anhang A, S.110).

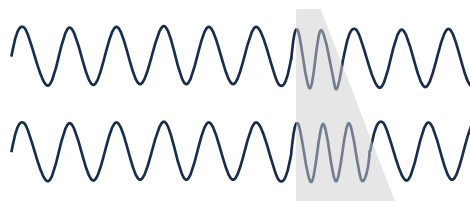


Abbildung 23: Laufzeitunterschiede am Glaskeil

Um das Verständnis des Aufbaus, der von besonderer Bedeutung für den Lehrgang ist, und auch für den Wesenszug der Komplementarität genutzt wird, zu unterstützen,

kann es im Unterricht sinnvoll sein das Mach-Zehnder Interferometer ohne die eingezeichneten Strahlengänge vorzugeben und diese von den Schülerinnen und Schülern selbst einzeichnen zu lassen. Dies kann das Verständnis für diesen Aufbau fördern und zeigen, an welcher Stelle zum Beispiel noch fraglich ist, welche Funktion ein Bauteil hat. Das Experiment wird, um das Vorwissen zur Interferenz von Licht als Welle auszunutzen, mit dem Quantenkoffer zunächst auch mit dem sichtbarem Licht des Lasers durchgeführt. Dabei wird, bevor der Verlauf der Zählraten, bei Bewegung des Glaskeils betrachtet wird, hinter einem Ausgang beobachtet, wie sich der Lichtpunkt verhält, wenn ein Glaskeil verfahren wird. Dies kann das Verständnis des Zusammenhangs zwischen den Zählraten und der Helligkeit des Lichtpunktes unterstützen. Die Zählraten bekommen mit der Helligkeit eine Eigenschaft, die aus dem Alltag bekannt ist und die für sichtbares Licht beobachtbar ist. Dies erscheint wichtig, damit die Schülerinnen und Schüler die Zählraten nicht als die Lichtwelle betrachten. Die Ähnlichkeit einer wellenförmigen Zählrate und der Beschreibung des Lichts als elektromagnetischer Welle könnte zu Missverständnissen führen und ein Lernhemmnis darstellen. Die Zählrate könnte fälschlicherweise für das Abbild des Lichts gehalten werden, was auch zu einer Wellenvorstellung der Photonen führen kann. Nachdem eine Sprechweise für Photonen am Interferometer eingeführt wird, die berücksichtigt, dass diese nicht aufgeteilt werden können: „Um ein Photon an Detektor 1 zu detektieren, gibt es die Möglichkeit, dass dieses von beiden Strahlteilern transmittiert, oder von beiden Strahlteilern reflektiert wird“ (Anhang A, S.111), wird der Versuch auch für Einzelphotonen durchgeführt.

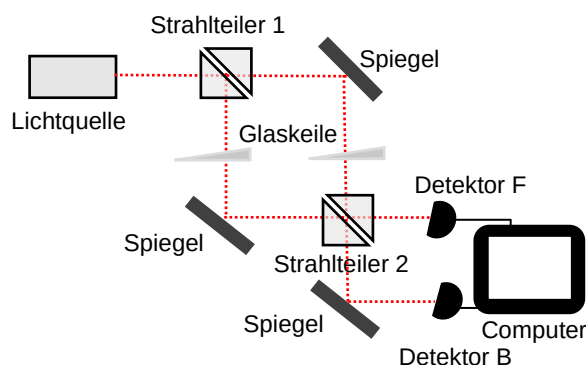


Abbildung 24: Aufbau des Mach-Zehnder Interferometers im Experiment

Auf die Ankündigung der Photonen wird dabei verzichtet. Stattdessen wird die höhere Zählrate verwendet, die erreicht wird, wenn man auch Photonen berücksichtigt, die nicht koinzident mit einem zweiten Photon gemessen werden. Es ergeben sich räumlich, beziehungsweise zeitlich begrenzte Interferenzmuster an beiden Detektoren

hinter dem Mach-Zehnder Interferometer, wobei die Zählraten gegenläufig sind. Diese Punkte sind explizit zu thematisieren, da sie wichtig für die Beschreibung der Wahrscheinlichkeiten von Messungen sind. Aus dem Verlauf kann auf einen Phasensprung am Strahlteiler geschlossen werden, der für die Mathematisierung von großer Bedeutung ist. Wird diese Gegenläufigkeit nicht wahrgenommen erscheint der Aufwand bei der Mathematisierung für Schülerinnen und Schüler nicht sinnvoll, da dieser unbegründet erscheint. Bereits an dieser Stelle ist dies anzubahnen. Die Begrenztheit des Interferenzmusters wird auf eine Eingrenzung eines wesentlichen Teils einer Detektionswahrscheinlichkeit des Photons auf ein bestimmtes Zeitintervall zurückgeführt, wobei eine Verzögerung durch Glaskeile den Überlapp der Wellen verringert und somit die Interferenz nicht mehr beobachtbar ist. Dies ist fachlich nicht sauber, da eine Zuschreibung einer räumlichen oder zeitlichen Detektionswahrscheinlichkeit für Photonen nicht möglich ist. Letztendlich wird allerdings eine Statistik gemessen, die einer Wahrscheinlichkeit für bestimmte Einstellungen des Glaskeils entspricht. Die fachliche Korrektheit ist dadurch nicht grundlegend verletzt und durch den Bezug zu Statistiken und zugehörigen Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen ist diese auch anschlussfähig und auf die Messungen anderer Quantenobjekte übertragbar.

Es wird an dieser Stelle explizit thematisiert, dass Photonen keine Teilchen sind und keine Wege nehmen. „Wenn es mehrere ununterscheidbare klassische Wege gibt, die zu einem Messergebnis führen, realisiert das Quantenobjekt keinen dieser Wege. Photonen nehmen keine Wege“ (Anhang A, S.113). Ein Teilchen würde einen Weg nehmen. Es könnte sich dann allerdings nichts überlagern und es könnte keine Interferenz beobachtet werden. An dieser Stelle soll ein kognitiver Konflikt entstehen, der zu einer Unzufriedenheit mit einer Teilchenvorstellung führt, falls Schülerinnen und Schüler diese entwickelt haben. Sie wird im Lehrgang zwar vermieden, könnte implizit jedoch mit dem Begriff der Energieportion verbunden werden und ist einigen Schülerinnen und Schülern vielleicht auch außerhalb des Physikunterrichts bereits begegnet. Dies soll durch die Einführung der Wellenfunktion mit einer entsprechenden Wahrscheinlichkeitsinterpretation aufgelöst werden. Im Zentrum steht dabei die Fähigkeit zur Interferenz. Die Beschreibung der Wahrscheinlichkeit durch eine Wellenfunktion wird dabei als Folgerung zur Beschreibung der Interferenz eingeführt. Es wird thematisiert, dass einzelne Quantenobjekte nur bei der Emission und Detektion als lokalisiert betrachtet werden können, diese dazwischen allerdings durch Wahrschein-

lichtkeitswellen beschrieben werden. Dies wird auch in Grafiken so dargestellt (siehe Anhang A, S.114 und Abbildung 26, S.52). Die zusätzliche Verbildlichung soll das Abstraktionsniveau reduzieren.

3.3.5 Die Komplementarität

Die Komplementarität wird durch die Ergänzung des Interferometers durch Polarisationsfilter eingeführt. Werden Wege im Interferometer durch die Messung des Polarisations-Zustands unterscheidbar gemacht, tritt keine Interferenz auf, im Experiment sind nur noch Rückstände eines Interferenzmusters zu erkennen. Wird durch die Messung mit einem dritten Polarisationsfilter die Unterscheidbarkeit durch den Polarisations-Zustand wieder aufgehoben, indem dieser einen Zustand transmittiert, der teilweise aus beiden Wegen kommen kann, tritt wieder Interferenz auf.

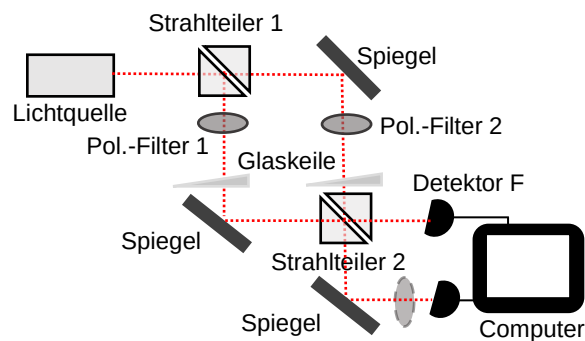


Abbildung 25: Schematischer Aufbau des Quantenradierer-Experiments

Auch in diesem Versuch zeigt sich die Überlegenheit des Mach-Zehnder Interferometers zur Einführung gegenüber dem Michelson Interferometer. Durch den parallelen Aufbau sind die Wege für entgegengesetzte Einstellungen der Polarisationsfilter unterscheidbar, während bei einem Michelson Interferometer aufgrund der unterschiedlichen Anzahlen der Spiegelungen ermittelt werden muss, welche Einstellungen von Polarisationsfiltern effektiv entgegengesetzt sind. Zudem kann gleichzeitig an einem Ausgang ein Filter als Quantenradierer eingesetzt werden, während die Unterscheidbarkeit für den anderen Ausgang bestehen bleibt. Eine solche gleichzeitige Betrachtung wäre an einem Michelson-Interferometer nicht möglich. Die Thematisierung direkt im Anschluss an die Fähigkeit zur Interferenz kann zum einen den Fokus auf die Unterscheidbarkeit durch die Polarisation legen und zum anderen das Verständnis der Beschreibung mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitswelle und der Nicht-Lokalisierbarkeit fördern. Es wird im Lehrgang explizit die Sprechweise der Welcher-Weg-Information eingeführt, da diese in diesem Zusammenhang verbreitet

ist. „Wenn die klassischen Wege im Interferometer unterscheidbar sind, liegt eine Welcher-Weg-Information vor. Wenn eine Welcher-Weg-Information vorliegt, wird kein Interferenzmuster beobachtet. Wenn ein Quantenradierer die Welcher-Weg-Information ausradiert, kann erneut Interferenz beobachtet werden“ (Anhang A, S.116). Um inadäquate Vorstellungen zu vermeiden, wird allerdings explizit thematisiert, dass es sich nicht um eine eindeutige Eigenschaft handeln kann, die den Photonen „aufgeprägt“ wird, in dem Sinne das Photonen genau einen Weg mit einer Markierung durchlaufen. Dies würde im Konflikt zu einer Überlagerung und einem Auftreten der Interferenz nach dem Einsetzen des dritten Polarisationsfilters stehen. Die Nicht-Lokalisierbarkeit ist aufgrund der Forschung zu Schülervorstellungen ein Aspekt der zentral bei dem Umgang mit Interferenzexperimenten ist. Insbesondere wenn wie in diesem Fall von Wegen gesprochen wird, ist es wichtig klarzumachen, dass es sich um klassisch mögliche Wege handelt, während ein einzelnes Quantenobjekt keinen Weg realisiert. Bei der grafischen Darstellung wird dies so dargestellt, dass bei der Emission und Detektion ein Photon als Kreis, wie ein Teilchen vorliegt, während dazwischen Wellen die Wahrscheinlichkeiten beschreiben. Die Unterscheidbarkeit wird durch die Zeichnung der Wellen in verschiedenen Farben in die Grafik überführt. Zudem werden die Zustände hinter den optischen Bauteilen in der Grafik notiert.

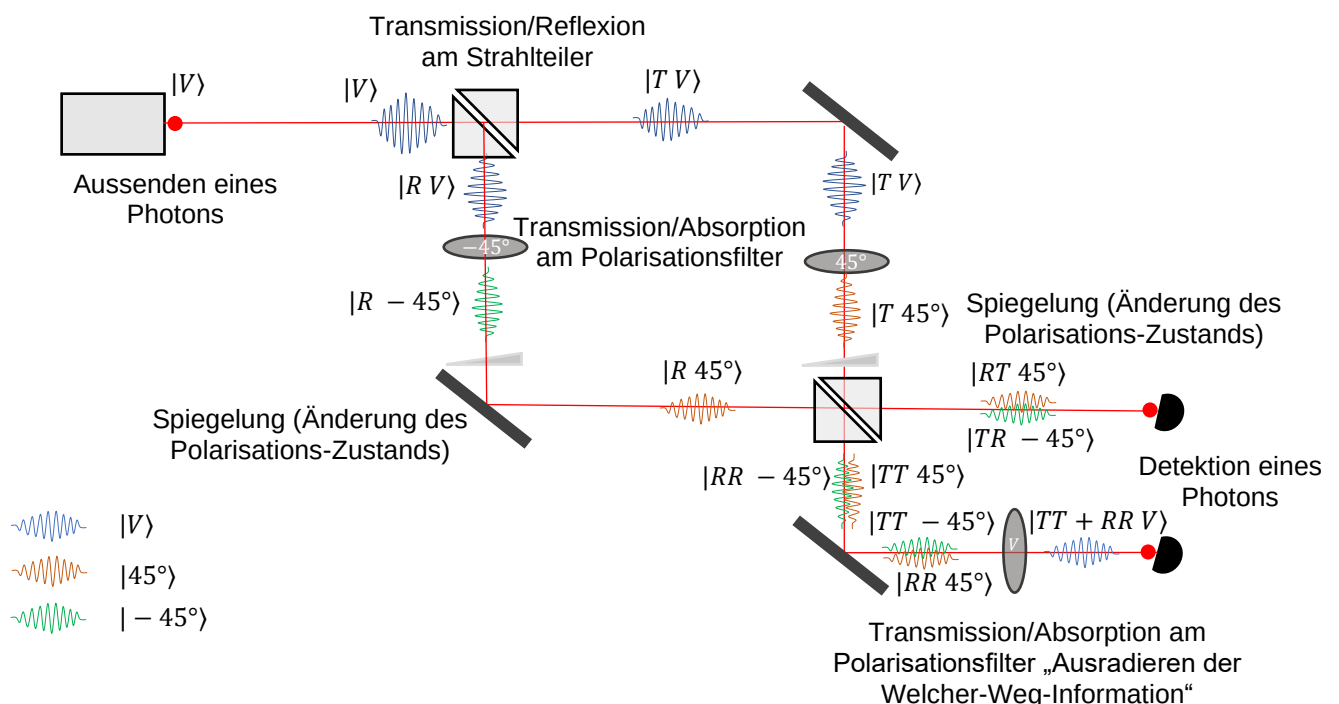


Abbildung 26: Veranschaulichung der Wellenfunktion am Mach-Zehnder Interferometer mit Polarisationsfiltern

3.3.6 Die Verschränkung

Die Verschränkung kommt ohne die Betrachtung möglicher Wege aus. Sie stellt eine neue Eigenschaft dar, die nicht direkt auf den vorherigen aufbaut. Allerdings ist eine Anknüpfung an die Polarisationszustände von Photonen möglich. Auch für diesen Wesenszug wird zunächst mit einem Experiment demonstriert, wie sich der Wesenszug in Realexperimenten äußert. Dies könnte die Akzeptanz für diesen Wesenszug steigern, der klassisch nur schwer vorstellbar ist. Es handelt sich um einen übersichtlichen Versuchsaufbau, bei dem zunächst nur zwei Polarisationsfilter eingesetzt werden.

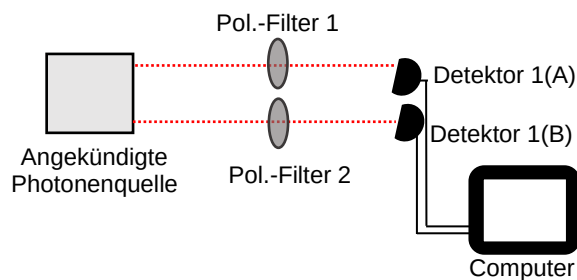


Abbildung 27: Schematischer Versuchsaufbau des Experiments zur Untersuchung der Verschränkung im Polarisations-Zustand

Es wird zur Anschaulichkeit auf das bereits bekannte Polarisationsdiagramm zurückgegriffen. Wenn mit Polarisationsfilter 2 der Polarisations-Zustand der Photonen aus Photonenpaaren an Detektor B analysiert wird, ergibt sich eine 8, die ausgerichtet ist, wie Polarisationsfilter 1. Dies wird so interpretiert, dass analog zur mehrfachen Messung des Polarisations-Zustands an einem Photon des Paares der Polarisations-Zustand des anderen Photons präpariert werden kann. Es wird auch benannt, dass diese „Fernwirkung“ nach der Messung beendet ist: „Die erste Messung an einem Quantenobjekt eines verschränkten Paares bestimmt den Zustand des anderen Quantenobjektes. Danach sind diese unabhängig von einander.“ (Anhang A, S.121). Dieses qualitative Verständnis könnte nach der Betrachtung der Polarisationsmessung im Rahmen dessen liegen, was von den Schülerinnen und Schülern verstanden werden kann. Dies wird durch die Bell'sche Ungleichung in der Wigner-Form ergänzt, welche an einfache mengentheoretische Betrachtungen gebunden ist und veranschaulicht werden kann. Auch die Verletzung der Bell'schen Ungleichung in der Wigner-Form wird als Experiment eingebaut, wobei es sich erneut um den Aufbau in Abbildung 27 handelt. Es werden für drei verschiedene Winkelkombinationen Zählraten gemessen, wobei die Bell'sche Ungleichung von den Zählraten verletzt wird. Dies soll dazu führen, dass die Ungleichung nicht nur als abstraktes mathematisches

Konstrukt betrachtet wird, sondern für die Schülerinnen und Schüler sichtbar wird, wie diese mit der qualitativen Betrachtung der Verschränkung zusammenhängt und tatsächlich verletzt wird. Dies erscheint als notwendige Voraussetzung, damit die Betrachtung der Unterschiede verschiedener Theorien sinnvoll erscheint.

3.3.7 Das BB84-Protokoll

Das BB84-Protokoll wird nach einer Übersicht zu den Wesenszügen und Beispielaufgaben zu diesen, sowie der Übertragung der Wesenszüge auf Elektronen am Doppelspalt, als Anwendung betrachtet. Die Quantenkryptographie ist das Anwendungsfeld der Quantenphysik, welches medial die größte Beachtung erlangt. Dementsprechend weist dieses eine erhöhte Bedeutsamkeit auf. Es wird zunächst der Ablauf des Protokolls in 6 Schritten beschrieben (siehe Anhang A, S.126). Im Anschluss wird es entsprechend dieser Schritte direkt mit dem Quantenkoffer durchgeführt, wobei insbesondere auch der Schlüssel und die Wahl der Messbasen zufällig generiert werden. Dies soll dafür sensibilisieren, dass der Zufall bei der Erzeugung ein entscheidender Faktor für die Sicherheit ist. Gleichzeitig wird dabei auch der Einfluss der Wesenszüge auf die Anwendung deutlich.

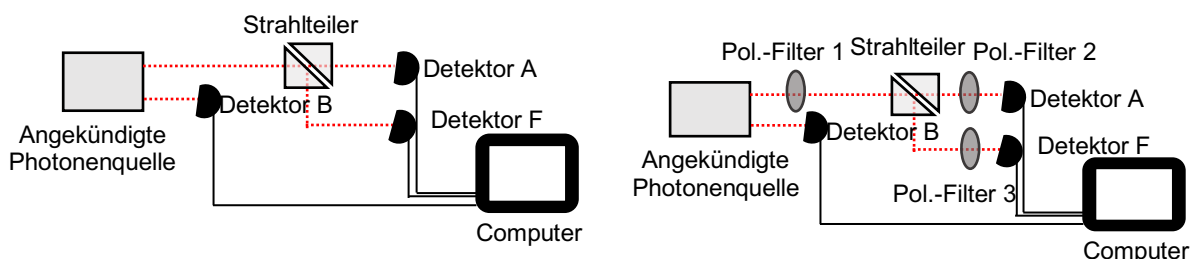


Abbildung 28: Aufbau zur Generierung von Zufallszahlen links und Aufbau zum Austausch des Schlüssels rechts

Der Versuch ist im Lehrgang eng an die Messdaten aus dem Video geknüpft, welche als Bilder eingefügt sind. Im Video wird kein Angreifer in das Protokoll eingebaut. Stattdessen wird der Schlüsselaustausch nur zwischen Alice und Bob durchgeführt. Der Einfluss eines Angreifers und die Möglichkeit diesen zu bemerken wird stattdessen theoretisch behandelt. „Ein Angreifer würde also in 50% der Fälle in einer anderen Basis messen als Alice und Bob. Wenn er nun in einer falschen Basis misst und seinen Messwert in der falschen Basis an Bob sendet, misst dieser in 50% der Fälle ein anderes Ergebnis, als es von Alice losgesendet wurde. Das heißt in 25% ($50\% \cdot 50\%$) der Fälle würde bei gleicher Basis von Alice und Bob ein falsches Ergebnis herauskommen“ (Anhang A, S.127). Ein Angreifer könnte im Video nicht in den

gleichen Aufbau eingefügt werden. Stattdessen könnte Alice zunächst alle Werte an den Angreifer senden, der sie im Folgenden an Bob sendet. Aufgrund des zeitlichen Aufwands, der in der Messung besteht, erscheint eine zweimalige Durchführung, um einen Angreifer zu berücksichtigen nicht als sinnvoll.

3.3.8 Mathematisierung des Strahlteilers

Im Anschluss an diese qualitativen Betrachtungen, werden die relevanten optischen Bauteile, die einen Einfluss auf die Wahrscheinlichkeiten der Messung verschiedener Zustände haben, mathematisch beschrieben. Der Strahlteiler ist neben den Polarisationsfiltern, das entscheidende Bauteil, an dem sich die Wesenszüge der Quantenphysik für Photonen zeigen. Für diesen wird eine Darstellung mit Vektoren und Matrizen genutzt. Die zwei Eingänge und Ausgänge werden durch jeweils einen Vektor beschrieben, wobei die Betragsquadrate der Einträge der Vektoren die Wahrscheinlichkeiten angeben. Die Vektoren werden in diesem Fall nicht als Richtung, sondern als Liste interpretiert.

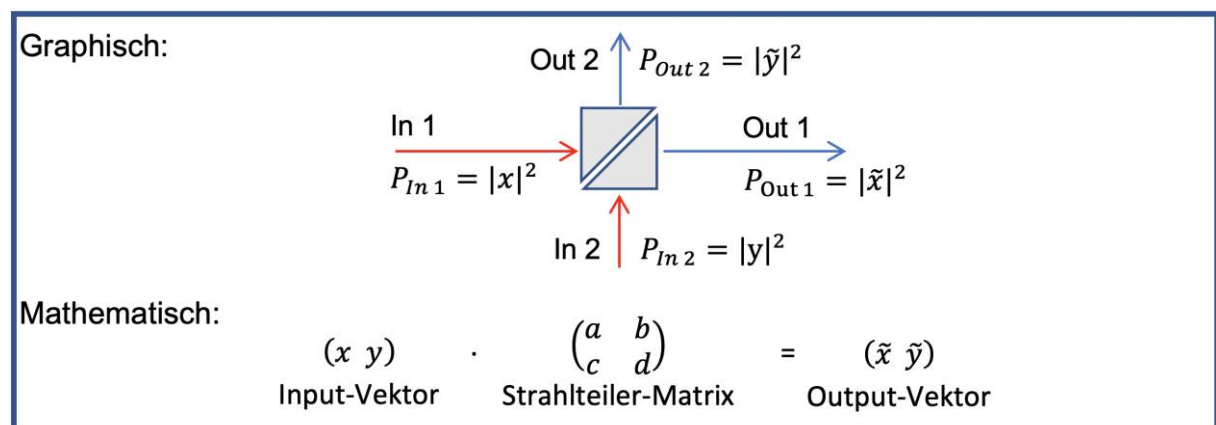


Abbildung 29: Grafik zur Veranschaulichung der Bedeutung der Vektoren und Strahlteiler-Matrix

Dabei werden entgegen der üblichen mathematischen Darstellung Zeilenvektoren genutzt. In der Mathematik und entsprechend auch der theoretischen Physik ist es üblich Matrix mal Vektor zu schreiben und Spaltenvektoren zu nutzen. Dabei handelt es sich um eine Konvention. Für symmetrische Matrizen, wie sie in diesem Lehrgang ausschließlich vorkommen, können genauso Zeilenvektoren mit Matrizen multipliziert werden, was zu den gleichen Ergebnissen führt. Der Vorteil liegt daran, dass von links nach rechts gerechnet werden kann. Es erscheint naheliegender Input mal Matrix gleich Output zu rechnen, als Matrix mal Input gleich Output. Insbesondere wenn die Rechnung für einen ganzen Aufbau notiert wird, erscheint es intuitiver von links nach rechts schreiben zu können, wie es dem zeitlichen Ablauf im Experiment entspricht.

Die Vertauschung, die der mathematischen Konvention folgt, könnte einem Verständnis und einer engen Anknüpfung an das Experiment unnötig im Wege stehen, wodurch dieser Weg gewählt wird. Anschlussfähig auch auf einem fortgeschrittenen Niveau bleibt es durch die Äquivalenz der Rechnungen, wobei eine später verwendete weniger intuitive Reihenfolge weniger Probleme bereiten könnte, wenn das Grundprinzip auf diese Art und Weise aus dem Physikunterricht bekannt ist. Für das Rechnen mit 2x2-Matrizen werden dabei keine besonderen Probleme erwartet. Die Rechenregeln werden sowohl mit Variablen als auch mit Beispielen eingeführt. Dabei wird bei der Variante mit Variablen eine farbliche Darstellung gewählt, die ermöglichen soll, die Rechnung besser nachzuvollziehen.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = (x \cdot a_1 + y \cdot a_2 \quad x \cdot b_1 + y \cdot b_2)$$

Abbildung 30: Vektor-Matrix-Multiplikation

Im Anschluss wird zunächst thematisiert, wie sich der Transmissions- und Reflexionskoeffizient in der Matrix wiederfinden lassen müssen, um die Wahrscheinlichkeiten richtig zu beschreiben, wenn ein Photon auf einen Strahlteiler trifft. Die Darstellung der Matrix bleibt dabei zunächst übersichtlich und es wird explizit nachgerechnet, dass die dargestellte Matrix zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten geeignet ist:

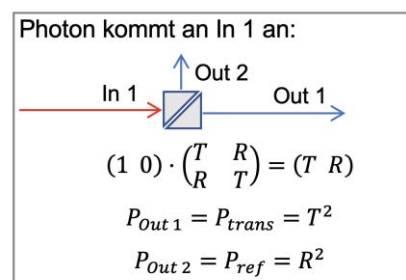


Abbildung 31: Erste Strahlteiler-Matrix

Im Anschluss wird betrachtet, dass diese Matrix jedoch nicht die Fähigkeit zur Interferenz berücksichtigt, wobei komplexe Einträge der Matrix als Lösung des Problems und Notwendigkeit zur korrekten Berechnung eingeführt werden. Es wird die symmetrische Form mit komplexen Einträgen als Matrix zur Modellierung der Strahlteiler eingeführt. Komplexe Zahlen sind spätestens bei der Berücksichtigung der Glaskeile ohnehin notwendig, sodass der Umgang mit diesen nicht zu vermeiden ist. Da der Ansatz in diesem Lehrgang grundsätzlich darin besteht die mathematische Beschreibung eng an ein qualitatives Verständnis zu knüpfen, erscheint es kontraproduktiv, wenn eine Matrix verwendet würde, die nicht symmetrisch ist. Dies

passt nicht zu der qualitativen Beschreibung und die Erwartungen an einen symmetrischen Strahlteiler. Es erscheint nicht plausibel, warum die Einbaurichtung eines symmetrischen Strahlteilers einen Einfluss auf das Ergebnis der Rechnung haben sollte. Die komplexen Zahlen werden dabei direkt graphisch mit einem Winkel, mit der Phase einer Welle in Beziehung gesetzt.

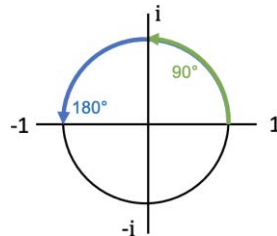


Abbildung 32: Darstellung der Phasenverschiebung am Strahlteiler

Die Notwendigkeit der Verwendung eines i wird dabei aus der Gegenläufigkeit der Zählraten am Mach-Zehnder Interferometer entwickelt (siehe Anhang A, S.132). Es ist dabei notwendig mit einer Zahl zu multiplizieren, deren Quadrat -1 ist. Die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten aus Zahlen der Form $a + i \cdot b$ wird dann mit dem Satz von Pythagoras eingeführt. Die Berechnung gleicht der einer Berechnung der Länge von Vektoren und könnte den Schülerinnen und Schülern daher bekannt vorkommen. Im Anschluss werden die Wahrscheinlichkeiten an einem Mach-Zehnder Interferometer explizit berechnet, wobei die Rechnung zunächst schrittweise und dann als eine Rechnung für den gesamten Aufbau dargestellt wird (siehe Anhang A, S.42). Dabei werden neben der Rechnung auch die Symbole für die Strahlteiler mit der Beschriftung der Ein- und Ausgänge dargestellt, um die Zahlenwerte wieder mit dem Versuch in Verbindung setzen zu können. Ziel ist es durchgehend Aussagen über den Versuch zu treffen, um den Rechnungen eine Bedeutung zu geben. Da der Abstraktionsgrad einer solchen Rechnung hoch ist, wird diese im Anschluss durch die Darstellung der Rechnung mit Zeigerdiagrammen unterstützt (siehe Anhang A, S.134). Dabei wird jeweils unter einem Vektor der jeweilige Eintrag als Zeiger dargestellt. Durch eine farbliche Markierung der Zeiger wird dabei deutlich, welcher Anteil eines Zeigers nach einem Strahlteiler mit welcher Phase für welchen Ausgang relevant ist.

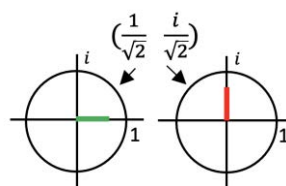


Abbildung 33: Darstellung der Einträge der Zeilenvektoren durch Zeigerdiagramme

Die Zeigerdiagramme werden in diesem Kontext ohne Zeigerlinien verwendet, sodass im gesamten Lehrgang dem Umfang der Kreise keine Bedeutung zugeschrieben wird. Im Anschluss an diese Rechnung wird eine Matrix für die Phasenverschiebung durch Glaskeile eingeführt, wobei den ausgewählten Winkeln 0° , 45° , 90° , 135° , 180° und 270° jeweils eine komplexe Zahl zugeordnet wird. Auf die allgemeine Form, die die trigonometrischen Funktionen am Einheitskreis nutzt, wird an dieser Stelle verzichtet, um die Schülerinnen und Schüler nicht zusätzlich zu der Verwendung von Matrizen und komplexen Zahlen mit trigonometrischen Funktionen zu fordern. Im Anschluss werden die Berechnung und Darstellung in Zeigerdiagrammen für ein Mach-Zehnder Interferometer mit einer zusätzlichen Phasenverschiebung von 45° durch die Glaskeile analog zum Vorgehen bei dem Strahlteiler wiederholt. In diesem Fall, in dem verschiedene Drehungen vorkommen, scheint die Unterstützung durch Zeigerdiagramme besonders hilfreich, um den Bezug zu der Phase von Wellen und somit einem qualitativen Verständnis herzustellen. Während diese mathematische Beschreibung besonders herausfordernd sein könnte, ist die Mathematisierung des Polarisationsfilters für Schülerinnen und Schüler bereits bekannt, falls diese für die Polarisation von Wellen thematisiert wurde.

3.3.9 Mathematisierung des Polarisationsfilters

Der Polarisationsfilter wird eng an die Berechnungen mit Polarisationsfiltern für klassisches Licht angelehnt. Da zwar ein Unterschied zwischen den Interpretationen als Schwingungsrichtung und einem Polarisations-Zustand besteht, sich Wahrscheinlichkeiten zur Transmission aber genau so verhalten wie der Anteil klassischen Lichts, der an einem Polarisationsfilter transmittiert wird, ist die mathematische Modellierung identisch. Der Polarisations-Zustand wird in Anlehnung an die Polarisationsrichtung durch Vektoren beschrieben, wobei die Richtung des Vektors der Polarisationsrichtung entspricht und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich ein Photon in diesem Zustand befindet, durch das Quadrat der Länge des Vektors angegeben wird. Die Vektoren werden ähnlich den komplexen Zahlen bei der Mathematisierung des Strahlteilers an Kreisen dargestellt. Während mathematisch eine Ähnlichkeit zwischen den Beschreibungen gegeben ist, die Schülerinnen und Schüler auch erkennen können, erscheint es sinnvoll, die Verwechslungsgefahr zu reduzieren. Dafür werden die Vektoren, die den Polarisations-Zustand angeben, als Spaltenvektoren und Pfeile dargestellt, während die Komplexen Zahlen als Linien dargestellt werden und zwei

komplexe Zahlen in einem Zeilenvektor notiert werden, sodass die Diagramme für die Zustände am Strahlteiler in der Regel im Doppelpack auftreten. Der mathematische Umgang mit den Vektoren und Grafiken bleibt gleich, während die Darstellungen dadurch leichter unterscheidbar werden.



Abbildung 34: Darstellung von komplexen Zahlen in Zeilenvektoren und als Zeigerdiagramm und Darstellung der Polarisation als Spaltenvektor und Pfeil

Als Formel für die Transmissionswahrscheinlichkeit erhält man das Gesetz von Malus, welches neben der Vektorzerlegung als möglicher Lösungsweg eingeführt wird, um die Wahrscheinlichkeiten am Strahlteiler zu betrachten. Theoretisch wäre es möglich, die Messung von Polarisations-Zuständen analog zu den Strahlteilern mit Matrizen und komplexen Zahlen einzuführen. Allerdings erscheint dies nicht sinnvoll, da das Gesetz von Malus als Endergebnis sehr kompakt ist und auf diese Art und Weise die Berücksichtigung von Additionstheoremen der trigonometrischen Funktionen umgangen werden kann.

Durch diese Gestaltung der Kernideen soll der Lehrgang zu einem adäquaten Verständnis führen können. Da insbesondere bei der Mathematisierung zunächst jedoch nicht klar erscheint, ob diese Darstellung von Schülerinnen und Schülern verstanden wird, oder ob diese zu kompliziert ist und wie die verwendeten Darstellungsformen und Experimente auf die Schülerinnen und Schüler wirken, ist dies zu untersuchen, um entscheiden zu können, ob dieser Lehrgang eine wirksame Richtung einschlägt und wie dieser weiterentwickelt werden kann.

4 Akzeptanzbefragung

Um im Sinne des Design-Based-Research einen Lehrgang zur Quantenphysik zu entwickeln, der das Verständnis der Schülerinnen und Schüler unterstützen kann, die Ausprägung von Fehlvorstellungen reduziert und mit Hilfe der Experimente und Abbildungen eine Veranschaulichung der abstrakten Quantenphysik ermöglicht, ist es sinnvoll, bereits in einer frühen Phase der Entwicklung eines solchen Lehrgangs zu untersuchen, ob eine Weiterentwicklung des Lehrgangs diese Ziele erreichen kann und wie eine solche Weiterentwicklung, zum Beispiel im Hinblick auf auftretende Fehlvorstellungen oder mögliche Verständnisprobleme, zu gestalten ist. Eine Methode, die für die Untersuchung von Lernbarrieren und die Erprobung von Argumenten und Abbildungen besonders geeignet ist, stellt die Akzeptanzbefragung dar (Wiesner, 1995, S.133).

4.1 Die Methode der Akzeptanzbefragung

Die Methode der Akzeptanzbefragung, die auch unter dem Begriff des „teaching experiments“ bekannt ist, wurde in den 1980er Jahren von Wiesner und Jung entwickelt (Burde, 2018, S.127), von Wodzinski weiterentwickelt und seitdem wiederholt bei der Entwicklung von Lehrgängen und Unterrichtskonzeptionen eingesetzt (z.B. Burde, 2018 & Bitzenbauer, 2020). „Die Methode der Akzeptanzbefragungen wurde in fast allen Inhaltbereichen angewendet und mit ihr eine Fülle neuer und grundlegender Einsichten in Lernprobleme erhalten“ (Wiesner et al., 2010, S. 8).

Die Akzeptanzbefragung befindet sich methodisch zwischen einer Erprobung des Materials im Unterricht und klassischen Interviews. Sie zeichnet sich durch ein Wechselspiel von Phasen der Instruktion und Befragung aus. „Ziel ist es, mit Hilfe von Lehr-Lerninterviews mit einzelnen Schülern unter möglichst kontrollierten Bedingungen einen neuen physikalischen Erklärungsansatz darauf hin zu überprüfen, inwiefern er von den Schülern akzeptiert und verstanden wird“ (Burde, 2018, S. 127). Sie wurde entwickelt, da eine Befragung in Form von strukturierten, nicht-direktiven Interviews häufig dazu führte, dass Befragte spontan Erklärungen entwickelten, welche sich im Laufe des Interviews zu Fehlvorstellungen ausprägten, die so im Unterricht eventuell nicht aufgetreten wären (Wiesner et al., 2010, S.7). Zudem ist sie der Erprobung im Unterricht im Hinblick auf die Untersuchung der wahrgenommenen Verständlichkeit, des Verständnisses der Schülerinnen und Schüler und der

auf tretende Fehlvorstellungen überlegen, da die Inhalte stärker komprimiert thematisiert werden können, die Schüler konzentrierter und motivierter sind und stärker auf individuelle Schwierigkeiten eingegangen werden kann. (Wodzinski, 1996, nach Burde, 2018, S.127) Die Methode der Akzeptanzbefragung dient somit unter anderem der Untersuchung des Auftretens bekannter und neuer Fehlvorstellungen, der Befragung nach der Akzeptanz und liefert eine Grundlage, um einen Lehrgang bereits in einer frühen Entwicklungsphase zielgerichtet weiterzuentwickeln. Unter Akzeptanz wird dabei die Einschätzung der Verständlichkeit und Plausibilität verstanden. In einer Akzeptanzbefragung wird in der Regel ein übergeordnetes Konzept untersucht, wobei dieses in verschiedene elementare Bausteine, die Key-Ideas zerlegt wird, deren Akzeptanz und Verständnis nacheinander untersucht werden (Bitzenbauer, 2020, S.69).

Nach Bitzenbauer (2020, S. 69) und Burde (2018, S. 128) besteht eine Akzeptanzbefragung aus vier Phasen, die in dieser Form ursprünglich von Blumör benannt wurden, welche jeweils für die verschiedenen Key-Ideas, die Bausteine des Konzepts, durchlaufen werden, sodass eine Akzeptanzbefragung diese Phasen zyklisch wiederholt:

1. Informationsangebot: Der Interviewer erklärt dem Lernenden die Key-Idea und greift bei dieser Erklärung auf Materialien, insbesondere Abbildungen und Experimente zurück, wie sie auch im Unterricht verwendet würden.
2. Befragung nach Akzeptanz: Der Lernende wird nach der Akzeptanz befragt. Er benennt, ob und an welchen Stellen er die Erklärungen und Materialien als hilfreich oder verwirrend empfand, und erläutert, inwiefern die Erklärung verständlich und plausibel war.
3. Paraphrasierung: Der Lernende gibt die Erklärung in eigenen Worten wieder und greift dabei gegebenenfalls auch auf das verwendete Material zurück.
4. Anwendungsphase: Der Lernende wendet das Gelernte in geeigneten Aufgaben an.

So kann in einer Akzeptanzbefragung in den verschiedenen Fragen sowohl untersucht werden, inwiefern die Befragten Erklärungen verständlich und plausibel fanden, das heißt akzeptierten, als auch was diese verstanden haben und anwenden können. Zentral ist bei der Akzeptanzbefragung der namensgebende zweite Schritt, die Befragung nach Akzeptanz, während die anderen Phasen weitere Informationen liefern, die in weitere Betrachtungen einbezogen werden können.

4.2 Die Planung und der Ablauf der Akzeptanzbefragung

Ziel der Akzeptanzbefragung war es, in dieser Arbeit zu untersuchen, inwiefern sowohl die qualitative Betrachtung der Wesenszüge der Quantenphysik am Beispiel von Photonen in Verbindung mit den Experimenten am Quantenkoffer akzeptiert und verstanden werden als auch die mathematische Beschreibung von den Schülerinnen und Schülern akzeptiert und als geeignete Ergänzung der qualitativen Betrachtung wahrgenommen wird. Dazu wurden zwei unterschiedliche Versionen der Akzeptanzbefragung durchgeführt, wobei eine den Fokus auf die qualitative Betrachtung und die andere Version den Fokus auf die Ergänzung durch eine mathematische Beschreibung legte. Die Akzeptanzbefragungen dauerten ungefähr eine Stunde und wurden mit freiwilligen Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufe EF durchgeführt. Die Jahrgangsstufe wurde dabei so gewählt, dass die Schülerinnen und Schüler kein Vorwissen auf dem Gebiet der Quantenphysik hatten, um Äußerungen, die auf auftretende Fehlvorstellungen hindeuten, einordnen zu können. Um einen breiteren Einblick zu bekommen, wurden sowohl Schülerinnen und Schüler einer Gesamtschule als auch von zwei Gymnasien einbezogen. Die erste Variante, zur qualitativen Betrachtung, wurde mit sieben Befragten durchgeführt, von denen drei die Gesamtschule besuchten. Die zweite Variante wurde mit sechs Befragten durchgeführt, von denen zwei die Gesamtschule besuchten.

Die Akzeptanzbefragung dient der Beantwortung der folgenden Forschungsfragen, wobei die ausdifferenzierten Fragen nach der Akzeptanz direkt an die Key-Ideas gebunden sind, die im Folgenden bei der Beschreibung der Ausgestaltung der Akzeptanzbefragung thematisiert werden:

- A) Wie wirkt die Unterstützung der qualitativen Betrachtung durch Experimente mit dem Quantenkoffer auf die Schülerinnen und Schüler?
- B) Wie wirken die verwendeten Abbildungen auf die Schülerinnen und Schüler und wie schätzen sie deren Beitrag auf die Verständlichkeit ein?
- C) Welche Fehlvorstellungen treten auf? – Inwiefern und in welchen Phasen tritt bei den Schülerinnen und Schülern eine Teilchen-Vorstellung, oder Wellen-Vorstellung auf und welche Erklärungen führen zu einem kognitiven Konflikt?
- D) Wie wirken die Berechnungen mit Matrizen und komplexen Zahlen sowie die Unterstützung dieser durch Zeigerdiagramme auf Schülerinnen und Schüler?
- E) Welche Lernschwierigkeiten sind bei dem Einsatz des Lehrgangs zu erwarten?

1) Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die qualitative Beschreibung der Wesenszüge der Quantenphysik?	2) Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die quantitative Beschreibung unter Verwendung von Matrizen und komplexen Zahlen?
1.1 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die Erklärungen zur Existenz von Photonen und die Notwendigkeit einer quantenphysikalischen Betrachtung des Lichts?	2.1 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die Beschreibung der Wahrscheinlichkeiten am Strahlteiler in Form von Vektoren?
1.2 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die Erklärung zur stochastischen Vorhersagbarkeit?	2.2 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die Erklärung zum Rechnen mit Matrizen?
1.3 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die Erklärung zur Interferenz von (a) klassischem Licht und (b) Einzelphotonen in Interferometern?	2.3 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die Erklärung zur mathematischen Modellierung des Strahlteilers und dabei auch die Darstellung der Phase mit Hilfe komplexer Zahlen?
1.4 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die Erklärungen zur Eigenschaft des Polarisations-Zustands von Einzelphotonen?	2.4 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die mathematische Modellierung des Glaskeils?
1.5 Akzeptieren die Schülerinnen und Schüler die Erklärungen zur Komplementarität?	

Tabelle 1: Forschungsfragen bezüglich der Akzeptanz der Auszüge des Lehrgangs und Key-Ideas, die in der Akzeptanzbefragung berücksichtigt werden.

Die hervorgehobenen Punkte in der Tabelle beschreiben die Bereiche, welche für die Weiterentwicklung des Lehrgangs besonders relevant sind, während die anderen notwendigerweise zuvor zu thematisieren sind, oder nur bei schnellem Voranschreiten der Befragung thematisiert werden können.

Die erste Version der Akzeptanzbefragung, welche insbesondere die Akzeptanz der qualitativen Beschreibung untersuchen soll, beinhaltet die zentralen Wesenszüge der stochastischen Vorhersagbarkeit und die Fähigkeit zur Interferenz, sowie die Messung des Polarisations-Zustands, der für das Verständnis der weiteren Wesenszüge zentral ist. Diese Eigenschaften sind grundlegend für das Verständnis des Photons als Quantenobjekt und zeigen ein Verhalten, welches in manchen Punkten eher dem von Teilchen oder Wellen ähnelt und eben diesem an anderer Stelle widerspricht. Daher kann diese thematische Ausrichtung einen Überblick über die Akzeptanz großer Teile des Lehrgangs geben und Fehlvorstellungen und Lernhindernisse im Bereich der Teilchen- oder Wellenvorstellung aufdecken. Da Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe EF, anders als Lernende, die in der Qualifikationsphase Unterricht zum Thema Quantenphysik erhalten, kein Vorwissen zum Thema Wellen haben, wird

sowohl bei der Interferenz als auch bei der Polarisierung zunächst die klassische Bedeutung beschrieben. Dies basiert auf den, als Wiederholung und Aktivierung des Vorwissens gedachten, Bereichen des Lehrgangs und kann Aufschlüsse darüber geben, inwiefern diese Bereiche hilfreich sind und bei der Nutzung des Lehrgangs eine Aktivierung und Auffrischung des Vorwissens ermöglichen. Bevor dieser zentrale Teil der Befragung durchgeführt wurde, wurde einführend behandelt, was ein Photon ausmacht und warum Licht überhaupt quantenphysikalisch betrachtet werden muss. Als Einstieg wurden zunächst die Notwendigkeit der quantenphysikalischen Betrachtung des Lichts und die Modellvorstellung des Stroms von Photonen als Energieportionen thematisiert. Bei schnellem Voranschreiten sollte aufbauend auf der Fähigkeit zur Interferenz und den Polarisations-Zuständen der Wesenszug der Komplementarität eingeführt werden. Es ergibt sich der folgende Ablauf in Form von sechs Key-Ideas:

1. Was sind Photonen und warum braucht man sie?
2. Die stochastische Vorhersagbarkeit
- 3.a) Die Interferenz von klassischem Licht als Welle
- 3.b) Die Interferenz von Einzelphotonen
4. Polarisationszustände von Photonen
5. Ggf. Die Komplementarität

Eine Ausführung des Informationsangebots, welches zu diesen Key-Ideas gegeben wird, befindet sich in Anhang B.1.1. Zu allen Key-Ideas sollten die Phasen des Informationsangebots, der Befragung nach Akzeptanz und Paraphrasierung durchlaufen werden. Die Anwendungsphase sollte nur zur Key-Idea 3b) und gegebenenfalls nach Key-Idea 5 stattfinden. Bei dem schnellen Voranschreiten während der Akzeptanzbefragung, bei dem der Inhalt deutlich komprimierter behandelt wurde, als dies im Unterricht der Fall gewesen wäre, ist grundsätzlich nicht davon auszugehen, dass ein Verständnis erreicht wird, welches eine selbstständige Bearbeitung der Aufgaben ermöglicht. Daher wurde nur eine Aufgabe nach dem zentralen Wesenszug, der Interferenz eingesetzt, um untersuchen zu können, wie dieser von den Schülerinnen und Schülern, auch im Hinblick auf eine mögliche Teilchenvorstellung, verstanden wurde und inwiefern Beschriftungen von Abbildungen aus dem Lehrgang verstanden und übertragen werden konnten. Die Aufgabe befindet sich in Anhang B.1.3 (Aufgabe 1).

Die zweite Version der Befragung, die die Akzeptanz der mathematischen Beschreibung untersuchen soll, stellt bei der mathematischen Beschreibung die Mathematisierung des Strahlteilers ins Zentrum. Es ist anzunehmen, dass diese mit der Verwendung von Matrizen und komplexen Zahlen mathematisch die größte Herausforderung darstellt, sodass sie für die Akzeptanz als kritischer Punkt angesehen werden kann. Bevor die Mathematisierung betrachtet wurde, wurde in der zweiten Version der gleiche Einstieg wie in der ersten Version genutzt und ebenfalls die stochastische Vorhersagbarkeit und Interferenz betrachtet, wobei die Interferenz weniger ausführlich behandelt wurde. Diese Betrachtung war notwendig, da bei der Mathematisierung im Lehrgang versucht wird, diese eng an die qualitativen Erfahrungen aus den Experimenten zu knüpfen, wozu diese Erfahrungen bei der Akzeptanzbefragung zunächst gemacht werden mussten. Es sollte bei der quantitativen Betrachtung zunächst der Grundgedanke der Notation und Rechnung thematisiert werden. Anschließend sollten die Rechenregeln für den Umgang mit Matrizen und Vektoren eingeführt werden, um die Grundlage für die Berechnung zu schaffen. Von besonderem Interesse war die mathematische Modellierung des Strahlteilers unter Verwendung komplexer Zahlen und eine Beispiel-Rechnung zum Mach-Zehnder Interferometer, bei der neben der Rechnung Zeigerdiagramme genutzt wurden. Bei schnellem Vorankommen sollte nach dem Strahlteiler auch die Mathematisierung der Glaskeile eingeführt werden. Es ergibt sich eine Strukturierung in Form der folgenden Key-Ideas:

1. Was sind Photonen und warum braucht man sie?
2. Die stochastische Vorhersagbarkeit
3. Die Interferenz von klassischem Licht und Einzelphotonen
6. Die mathematische Grundstruktur und Schreibweise
7. Vektor-Matrix-Multiplikation
8. Mathematische Modellierung des Strahlteilers
9. Ggf. Mathematische Modellierung der Glaskeile

Das Informationsangebot zu diesen Key-Ideas kann im Anhang B.2.1 nachgelesen werden. In dieser Version sollten in der Regel ebenfalls zu allen Key-Ideas die Phasen des Informationsangebots, der Befragung nach Akzeptanz und der Paraphrasierung durchlaufen werden. Zu jeder Key-Idea, die auf die mathematische Beschreibung abzielt, sollte zudem eine Anwendungsphase stattfinden, um das Verständnis der Schritte einschätzen zu können und durch die Aufgaben das Verständnis zu

unterstützen, da bei der Einführung mathematischer Grundlagen die Anwendung eine zentrale Rolle spielt. Die Anwendung hat einen großen Einfluss auf das Verständnis, findet bei der reinen Erklärung in der Phase des Informationsangebots der Akzeptanzbefragung allerdings nicht wie im Unterricht statt. Der Wert der Anwendung als Übung wird hier größer eingeschätzt als die Möglichkeit zur Datengewinnung. Die verwendeten Aufgaben können in Anhang B.2.3 betrachtet werden.

Das Informationsangebot basiert bei beiden Versionen direkt auf der entwickelten ersten Version des Lehrgangs, wobei die für die Key-Ideas relevanten Passagen zusammengeführt wurden. Die gegebenen Erklärungen entsprachen im Wesentlichen denen in den Texten, wobei die Textpassagen unterstützend genutzt und nicht wörtlich übernommen wurden. Die Nutzung des Materials diente insbesondere der Verwendung der Abbildungen und Rechnungen, um die Wahrnehmung dieser durch die Schülerinnen und Schüler erfassen zu können. Das Material befindet sich im Anhang B.1.2 und B.2.2. Die Experimente wurden in Form der für den Lehrgang erstellten Videos gezeigt, wobei während der Durchführungen mit einer Ausnahme der Quantenkoffer bereitstand, um einen Versuchsteil an diesem real durchzuführen und die Funktionsweise, sowie den Aufbau dessen zu thematisieren. Auf die bei der Akzeptanzbefragung eingesetzten Videos kann über den Link in Anhang B.3 zugegriffen werden. Bei den Befragungen mit beiden Versionen, wurden in Einzelfällen, aus der Dynamik der Erhebung heraus, die Befragung nach der Akzeptanz und die Paraphrasierung zu einer Key-Idea ausgelassen, um diese Phasen für eine spätere Key-Idea erreichen zu können, wenn die spätere Phase als wichtiger erachtet wurde. Dies betraf vorrangig die Phase der Paraphrasierung zu Key-Ideas der Mathematisierung, die teilweise ausgelassen wurde, wenn im Anschluss eine Anwendung stattfand. Der Zeitpunkt der Anwendungen wurde in Einzelfällen verschoben, wenn dies aus Zeitgründen als sinnvoll erachtet wurde, oder das Gespräch zum Beispiel aufgrund der Nachfrage einer Schülerin oder eines Schülers eine Fortsetzung mit der nächsten Key-Idea nahelegte. Zu Beginn jeder Akzeptanzbefragung wurde den Schülerinnen und Schülern der Ablauf der Befragung beschrieben und erklärt, dass Anmerkungen zu möglichen Unverständlichkeiten und Schwierigkeiten sehr wertvoll für die Weiterentwicklung sind, um zu vermeiden, dass diese sich zurückhalten Kritik zu äußern. Die Befragung selbst wurde, nach dieser Einführung, als Audio aufgezeichnet und im Anschluss transkribiert und kodiert, um die Daten auswerten zu können. Zur Transkription wurden dabei in Anlehnung an Burde (2018, S.129) und Dresing und Pehl (2018, S. 21-22)

Transkriptionsregeln festgelegt, welche im Anhang C.1 nachgelesen werden können. Die Transkripte können über den Link in Anhang C.2 abgerufen werden.

4.3 Auswertung der Akzeptanzbefragung

In Anlehnung an Burde (2018, S. 131-135) und Bitzenbauer (2020, S. 72-77) wurden die Aussagen der Schülerinnen und Schüler bezüglich der Akzeptanz, der Qualität der Paraphrasierungen und der Anwendung in Aufgaben in der Akzeptanzbefragung mit Hilfe eines ordinalskalierten Kategoriensystems kodiert und ausgewertet.

Für die Akzeptanz wurde mit einer dreistufigen Skala kodiert. Bei der Akzeptanz erfolgt die Einteilung für jede Key-Idea analog zu Burde (2018, S.132) und Bitzenbauer (2020, S. 72) in die Kategorien der vollständigen Akzeptanz, eingeschränkten Akzeptanz und keiner Akzeptanz.

1. Vollständige Akzeptanz: Die gegebene Erklärung wird von der Schülerin oder dem Schüler ohne diese Key-Idea betreffende Einschränkungen akzeptiert. Oder dieser liefert von sich aus eine sehr gute Zusammenfassung des Informationsangebots. (grün; 0,0)
2. Eingeschränkte Akzeptanz: Die gegebene Erklärung wird nur mit Einschränkungen akzeptiert. Oder es wird Kritik an Teilen der Erklärung geäußert, wobei es gleichzeitig in Teilen zu einer Akzeptanz kommt, oder der Schüler oder die Schülerin die Erklärung von sich aus zufriedenstellend zusammenfasst. (gelb; 0,5)
3. Keine Akzeptanz: Die Erklärung wird nicht akzeptiert, da diese als unverständlich, oder zu schwierig empfunden wird. Der Befragte gibt auch keine zufriedenstellende Zusammenfassung. (rot; 1,0)

Beispielantworten für die verschiedenen Kategorien können im Anhang C.3 nachgelesen werden. Die Einordnung einer Key-Idea als schwieriger oder komplizierter als eine andere Key-Idea durch die Schülerinnen und Schüler führt nicht zwangsläufig zu unterschiedlichen Einstufungen der verglichenen Key-Ideas, da eine Key-Idea, auch wenn sie komplizierter ist, vollständig akzeptiert werden kann. Es wird die Einschätzung zum Stand nach dem Informationsangebot zugrunde gelegt. Mögliche Unverständlichkeiten, die im Laufe des Informationsangebots aufgelöst wurden, tragen nicht zur Einstufung bei.

Jeder Kategorie ist jeweils eine Farbe und eine Zahl zugeordnet, wobei eine Key-Idea als akzeptiert gelten soll, wenn der durchschnittliche Wert für diese kleiner als 0,5 ist (Bitzenbauer, 2020, S. 72), das heißt, dass mehr Schülerinnen und Schüler

vollständige Akzeptanz zeigen als keine Akzeptanz. Die Akzeptanz der Key-Ideas durch die Schülerinnen und Schüler ist in der folgenden Tabelle dargestellt:

Schüler*in	Key-Idea 1	Key-Idea 2	Key-Idea 3a)	Key-Idea 3b)	Key-Idea 4	Key-Idea 5	Key-Idea 6	Key-Idea 7	Key-Idea 8	Key-Idea 9
A	0,0	0,0	0,5	0,5	0,0	-				
B	0,0	0,0	0,5	0,5	0,0	0,5				
C	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0					
D	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5					
E	0,0	0,0	0,5	0,5	0,0					
F	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0				
G	0,5	0,5	0,0	0,5	0,0					
H	0,0	0,0	0,0				0,0	0,0	0,0	
I	0,0	0,0	0,5				0,5	0,0	0,5	
J	0,0	0,0	0,0				0,0	0,0	0,0	0,0
K	0,0	0,0	0,0				0,0	0,0	0,5	
L	0,0	0,0	0,0				0,0	0,0	0,0	
M	0,0	0,5	0,5				0,0	0,0	0,5	
Mittelwert	0,04	0,08	0,21 (A-G) 0,43 0,25 (A-M)		0,07	0,25	0,08	0,00	0,25	0,00

Tabelle 2: Übersicht über die Akzeptanz der Key-Ideas bei den Schülerinnen und Schülern

Es zeigt sich, dass alle Key-Ideas grundsätzlich auf Akzeptanz stießen. Sämtliche Aussagen der Schülerinnen und Schüler deuten wenigstens auf eingeschränkte Akzeptanz hin. Insbesondere Key-Idea 1, 2, 4, 6 und 7 wurden von den Schülerinnen und Schülern fast vollständig akzeptiert. Da die Key-Ideas 1 und 2 den Einstieg in die qualitative Betrachtung und 6 und 7 in die quantitative Betrachtung darstellen, deutet dies darauf hin, dass grundsätzlich sowohl die quantitative als auch die qualitative Betrachtung akzeptiert werden. Während aufgrund der wenigen Probanden, die Key-Idea 5 und 9 kennenlernten, über die Akzeptanz dieser keine eindeutige Aussage zu treffen ist, benennen die Schülerinnen und Schüler bei den Key-Ideas 3 und 8, auch wenn diese insgesamt akzeptiert werden, Probleme mit der Verständlichkeit. Da es sich bei diesen Abschnitten um die vorab als am schwierigsten eingeschätzten handelt, ist eine genauere Auswertung der Aussagen der Schülerinnen und Schüler insbesondere zu diesen Key-Ideas relevant für die Weiterentwicklung des Lehrgangs und Beantwortung der übergeordneten Forschungsfragen. Die genauere Untersuchung findet im Anschluss an die Betrachtung der Ergebnisse der Paraphrasierungen und Anwendungen statt. Die Kodierung zur Akzeptanz wurde durch eine unabhängige Kodierung durch eine unbeteiligte Person auf Interrater-Reliabilität geprüft. Es ergab sich ein Cohens Kappa von $\kappa = 0.68$, was für eine gute Übereinstimmung spricht (Kircher et al., 2015, S.738).

Auch für die Auswertung der Paraphrasierungen wurde in Anlehnung an Burde (2018, S.134) und Bitzenbauer (2020, S. 76-77) ein ordinalskaliertes Kategoriensystem genutzt. Dabei wurden die folgenden Kategorien verwendet:

1. Gelungene Paraphrasierung: Die Paraphrasierung ist inhaltlich korrekt und der Schüler, oder die Schülerin geht von sich aus auf fast alle Inhalte des Informationsangebots ein, oder kann auf Nachfrage eine korrekte Paraphrasierung geben. (grün; 0,0)
2. Befriedigende Paraphrasierung: Die Paraphrasierung ist inhaltlich größtenteils korrekt, enthält jedoch inhaltliche Fehler, oder der Schüler oder die Schülerin kann auf Nachfrage zu einem bestimmten Teilaspekt nichts sagen oder gibt diesen falsch wieder. (gelb; 0,5)
3. Mangelhafte Paraphrasierung: Die Paraphrasierung ist in weiten Teilen inhaltlich falsch, oder der Schüler oder die Schülerin kann auch auf Nachfrage keine in Teilen korrekte Paraphrasierung geben. (rot; 1,0)

Beispielantworten für die verschiedenen Kategorien am Beispiel von Key-Idea 1 befinden sich im Anhang C.4.

Die Bewertungen der Paraphrasierungen können der folgenden Tabelle entnommen werden:

Schüler*in	Key-Idea 1	Key-Idea 2	Key-Idea 3a)	Key-Idea 3b)	Key-Idea 4	Key-Idea 5	Key-Idea 6	Key-Idea 7	Key-Idea 8	Key-Idea 9
A	0,5	0,0	0,5	0,5	0,5					
B	0,0	0,0	0,5	0,5	0,0	0,5				
C	0,5	-	-	0,0	0,0					
D	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0					
E	0,5	0,0	0,0	0,5	0,0					
F	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0				
G	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0					
H	0,5	-	-	-	-	-			0,5	
I	0,0	0,0	0,5				0,0			
J	0,0	0,5	0,5				0,0		0,0	0,0
K	0,0	0,0	0,0				0,0	0,0	0,0	
L	0,0	0,0	0,5				0,0	0,5	0,5	
M	0,0	0,0	0,5				0,0		0,5	
Mittelwert	0,15	0,05	0,17 (A-G) 0,21 0,28 (A-M)		0,07	0,25	0,0	0,25	0,3	0,00

Tabelle 3: Bewertung der Paraphrasierung der Schülerinnen und Schüler zu den Key-Ideas

Wenn die Phase der Paraphrasierung übersprungen wurde, oder keine Einordnung möglich ist, wurde dies bei der Auswertung als grauer Kasten vermerkt. Die Ergebnisse der Paraphrasierung ähneln denen der Befragung nach der Akzeptanz. Jede Paraphrasierung einer Key-Idea war mindestens befriedigend. Eine vorwiegend gelungene Paraphrasierung zeigt sich bei den Key-Ideas 2, 4 und 6, während bei den Paraphrasierungen der Key-Ideas 3 und 8 häufiger Fehler auftraten. Eine Abweichung der Qualität der Paraphrasierung von der Stufe der Akzeptanz zeigt sich bei Key-Idea 1, welche etwas schlechter paraphrasiert, als akzeptiert wurde. Auffällig ist, dass Key-Idea 3b) von einigen Schülerinnen und Schülern gelungen paraphrasiert wurde, die diese nur eingeschränkt akzeptierten.

Die Bearbeitung der Aufgaben als Anwendung lässt sich in Anlehnung an Burde (2018, S. 136) ebenfalls in drei Stufen einteilen:

1. Gute Lösung: Der Schüler oder die Schülerin löst die Aufgabe ohne Hilfe, ggf. mit minimaler Korrektur und ohne Probleme und kann die Lösung begründen.
2. Befriedigende Lösung: Der Schüler oder die Schülerin löst die Aufgabe mit Hilfestellungen und kleinen Problemen.
3. Mangelhafte Lösung: Der Schüler oder die Schülerin kann die Aufgabe auch mit großer Unterstützung nicht lösen und zeigt große Verständnislücken im Umgang mit dem Konzept.

Beispiellösungen für die verschiedenen Kategorien können im Anhang C.5 nachgelesen werden. Die Bewertung der Bearbeitungen der Aufgaben bei der Akzeptanzbefragung können der folgenden Tabelle entnommen werden:

Schüler*in	Key-Idea 3	Key-Idea 5	Key-Idea 6	Key-Idea 7	Key-Idea 8	Key-Idea 9
A	0,5					
B	0,5					
C	0,5					
D	0,5					
E	0,0					
F	0,0					
G	0,5					
H			1,0	0,0	0,5	
I			0,5	0,0	0,5	
J			0,5	0,0	0,5	0,5
K			0,5	0,0	0,5	
L			0,5	0,5	0,5	
M			0,5	0,0	0,5	

Tabelle 4: Bewertung der Lösung der Aufgaben zu den Key-Ideas der Schülerinnen und Schüler

Es zeigt sich, dass nur Key-Idea 7 in der Anwendungsaufgabe ohne Hilfestellung angewendet werden konnten. Die Anwendung der Rechenregeln für Matrizen scheint nach der Erklärung unproblematisch zu sein. Dies entspricht dem Ergebnis der Befragung nach Akzeptanz und den gelungenen Paraphrasierungen. Die anderen Aufgaben konnten in der Regel nur mit Hilfestellung und in einem Fall auch mit Hilfestellung nur mit großen Problemen gelöst werden. Da der Inhalt sehr komprimiert vermittelt wurde, entspricht dies den Erwartungen und wird im Folgenden genauer betrachtet. Für die Paraphrasierungen und Lösungen der Aufgaben wurde auf eine Prüfung der Interrater-Reliabilität verzichtet, da die Bewertung dieser Teile der Befragung weniger bedeutsam erscheint als vielmehr die Untersuchung der Formulierungen der Schülerinnen und Schüler. Zudem hätte sichergestellt werden müssen, dass ein Interrater auf einer inhaltlichen Ebene entscheiden kann, welche Aussagen korrekt sind, wozu dieser zunächst hätte geschult werden müssen.

Bevor auf weitere Auffälligkeiten eingegangen wird, wird betrachtet, warum die Akzeptanz der Key-Idea 3, der Interferenz, insbesondere der Interferenz von Einzelphotonen, und Key-Idea 8, der Mathematisierung des Strahlteilers eingeschränkt sind. Die Kritik bei der Interferenz ist häufig auf eine geringe Anschaulichkeit, oder präziser, auf eine Abweichung von klassischen Vorstellungen und Erfahrungen zurückzuführen. So sagte zum Beispiel Schüler*in D:

„Ja, also da fand ich das ein bisschen teilweise ein bisschen so ein bisschen schwer vorstellbar auf jeden Fall. Vor allem, dass man sagt, dass es irgendwie keinen richtigen Weg gibt, den der nehmen kann, aber trotzdem ist es irgendwie am Ende da. Aber prinzipiell so ein bisschen theoretisch hab ich es verstanden, aber so richtig nachvollziehen, also dass man das richtig so nachvollziehen kann, ist es eigentlich sehr schwer“. (Schüler*in D, Absatz 159)

Ein weiteres Problem bei der Key-Idea stellt für einige Schülerinnen und Schüler, wie zum Beispiel Schüler*in E, der hohe Abstraktionsgrad bei der Beschreibung der Wahrscheinlichkeiten als Wellenfunktion dar, deren Nutzen für die Beschreibung nicht immer klar wurde und teilweise dem Verständnis entgegenwirkte.

„Ääh ja, also mit der, mit den Funktionen zum Beispiel hier. Das war schon, das war schon sehr schwierig. Also da vor allem, wenn jetzt da dieses Zeichen hier, keine Ahnung was das ist. Ähm.“(Schüler*in E, Absatz 349)

Dies könnte dazu beigetragen haben, dass bei der Paraphrasierung bessere Ergebnisse auftraten als bei der Befragung nach der Akzeptanz. Dass es so etwas wie diese Wellenfunktion gibt, um die Interferenz beschreiben zu können, konnten einige Schülerinnen und Schüler hinnehmen, aber dabei nicht verstehen, warum dies so ist.

Dies führte dazu, dass sie es wiedergeben konnten, allerdings nur eingeschränkt akzeptierten. Es liegt bei dieser Key-Idea ein Problem im Bereich der Verständlichkeit vor. Dies wird selbst bei Schüler*in F sichtbar, wobei Schüler*in F die Key-Idea vollständig akzeptierte. Schüler*in F wies dabei darauf hin, dass es akzeptiert, aber noch nicht vollkommen durchdrungen war:

„Nee, grundsätzlich finde ich, ist es gut verständlich auch mit den Abbildungen, oder dass man das auch so anguckt mit den Videos, die sind verständlich. Ich find gerade nur, dass man erstmal über alles nachdenken muss, bevor man das dann wiedergeben kann.“ (Schüler*in F, Absatz 386)

Dass bei der Dichte des Inhalts während der Akzeptanzbefragung häufig kein vollständiges Verständnis erreicht werden kann, war bei der Auswahl der Methode bereits erwartet worden. Dieses Problem zeigt sich auch an anderer Stelle. Bei Key-Idea 8 geht die eingeschränkte Akzeptanz ebenfalls auf Probleme mit der Verständlichkeit in kurzer Zeit zurück. Die verschiedenen Elemente wurden von den Schülerinnen und Schülern meistens akzeptiert, jedoch konnten Zusammenhänge in der kurzen Zeit nicht verstanden werden:

„Also, ja, gut. Also es, es war schon jetzt nochmal mehr auf einmal, weil äh, wie auch am Anfang gesagt wurde, sehr viel neu ist, dass dann vielleicht auch, wenn man dann sich, am Ende die Bilder angeguckt hat, die auf jeden Fall geholfen haben, das trotzdem so weit, dass man plötzlich die Sachen die man davor besprochen hat, schon fast wieder vergessen hatte und dann kurz sich nochmal erinnern musste was jetzt da wirklich jetzt was bedeutet. Ähm, aber ja. (Lacht.) War äh ich glaube jetzt von wie man die Wahrscheinlichkeiten oder halt dann auch umgekehrt die einzeln ausrechnen soll, dann oder kann auch mit den einzelnen ähm, also mit T und R, als äh, als- das Wort das fehlt mir/ [...] Dass das da schon verständlich war, oder wurde.“ (Schüler*in K, Absatz 401-405)

Es handelt sich bei der Kritik nicht um eine grundsätzliche Unverständlichkeit der Idee, oder Ablehnung der Erklärung, vielmehr benötigt das Verständnis Zeit, die es während der Akzeptanzbefragung so nicht gab. Das wird auch in der abschließenden Aussage von Schüler*in K deutlich:

„Das komplizierte war, dass so viel auf einmal neu war. Ich glaube, wenn man das halt Schritt für Schritt noch über einen längeren Zeitraum hat und sich das zu Hause dann Schritt für Schritt noch mehr angucken kann, so wie es im Unterricht dann ist, dann ist das glaube ich schon einfacher zu verstehen. (Lacht.) Ja. Aber so an sich, die Art und Weise des ja, Übermittelns, fand ich eigentlich sehr gut.“ (Schüler*in K, Absatz 553)

Dies passt zu den Ergebnissen der Anwendung der Key-Ideas in den Aufgaben, die nur mit teils großen Hilfestellungen möglich war, obwohl die Akzeptanzbefragung und Paraphrasierung nahelegten, dass der Inhalt grundsätzlich verständlich war. Vor

diesem Hintergrund behelfen sich mehrere Schülerinnen und Schüler durch die Abbildungen, welche dem Anschein nach als grundlegender Anker für das Verständnis wahrgenommen wurden, wie bereits aus der obigen Aussage von Schüler*in K entnommen werden kann. So benannten sie die Zeigerdiagramme als einen Grund, warum sie zumindest ein teilweises Verständnis der Mathematisierung des Strahlteilers erreichten. So zum Beispiel Schüler*in I:

„Also ich fand äh hier, das war jetzt alles mit, also fand ich jetzt bisschen sehr viel auch, aber hier mit diesen Kreisen, dass sich das hier dann so quasi ausgleicht, fand ich jetzt auch verständlicher. Ähm. Ja ich hatte jetzt nur nicht ganz verstanden, warum dieses i , was es macht, wofür es steht. Aber, abgesehen davon, fand ich es eigentlich relativ verständlich.“ (Schüler*in I, Absatz 312)

Ein Schüler kritisierte die Art und Weise, in der die Zeigerdiagramme im Anschluss an die Berechnung betrachtet wurden.

„Und dass man das jetzt, das mit den Kreisen hat mich persönlich jetzt mehr verwirrt, weil es irgendwie aus dem Zusammenhang gerissen war. [...] Weil man das jetzt nicht im Zusammenhang mit der Rechnung sehen konnte.“ (Schüler*in M, Absatz 399-401)

In der obigen Aussage von Schüler*in I wird deutlich, dass dieser nicht ganz verstanden hat, was es mit den komplexen Zahlen auf sich hat und warum diese genutzt werden. Dieses Problem ist nicht zu verallgemeinern. Die meisten Schülerinnen und Schüler akzeptierten das i mit seiner Bedeutung und konnten wiedergeben wie und warum es in den Rechnungen genutzt wurde.

„Aber dabei wird halt quasi außenvor gelassen sag ich mal, dass ja die Richtungen umgelenkt werden können, ähm halt immer um 180° , beziehungsweise, weil wir ja zwei haben um 90° . Oder sie werden halt durchgelassen, je nachdem. Und deswegen gibt es halt dieses i , weil man eben nicht bei 1 beziehungsweise, also weil man halt eben nicht bei -1 rauskommt“ (Schüler*in L, Absatz 626)

Zur Multiplikation mit verschiedenen komplexen Zahlen in der Matrix, für die Phasenverschiebung durch Glaskeile, kam nur Schüler*in J. Dieser hatte auch in dem Umgang mit verschiedenen komplexen Zahlen kein Problem:

„Achso das äh kommt darauf an, welcher Winkel. Also den Winkel 90° haben wir ja mit i benannt. Und jetzt haben wir ja in dem Fall 45° benutzt und ähm da kann man das auch sehr gut angeben, weil wir wissen ja 180° ist -1 und das hier ist $-i$ und dann kann man das hier gut berechnen, wie die anderen Winkel dann auch aussehen. Und in dem Fall, wenn wir das berechnen, ist 45° dann das, also diese Gleichung da.“ (Schüler*in J, Absatz 599)

Auffällig ist die hohe Akzeptanz der Rechnung mit Matrizen mit reellen Zahlen. Diese wurde von den Schülerinnen und Schülern als Hilfsmittel verstanden, dass mit relativ leichten Rechenregeln eine Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten ermöglichen kann

und somit nicht zu den Teilen gehört, die ein besonderes Verständnis erfordern. Dies zeigte sich auch bei der Anwendung der Rechenregeln.

Dass Verbildlichungen in Abbildungen von den Schülerinnen und Schülern als ein wichtiges Mittel zum Verständnis wahrgenommen wurde, beschränkt sich nicht auf den quantitativen Teil des Lehrgangs und wurde bei fast allen Schülerinnen und Schülern an verschiedenen Stellen deutlich.

„Also, ja das Experiment hilft, aber ich würde so sagen, dass die hier noch besser helfen (deutet auf die Abbildungen) die Abbildungen. Hier dran kann man das sehr gut erkennen mit den Wellen, die aufeinander. Da, da kann man sich das gut vorstellen. Und hier dran erkennt man halt, wie diese Glaskeile funktionieren, das ist auch ganz cool. Und ja.“ (Schüler*in C, Absatz 150)

Insbesondere im Bereich der Interferenz und auch bei komplizierten Abbildungen, wurde der Wert der Abbildungen für das Verständnis von den Schülerinnen und Schülern betont. So betonte Schüler*in F den Wert der Abbildung zur Komplementarität.

„Also generell fand ich alle Abbildungen sehr hilfreich, also ähm, man weil man erst gesehen hat, im Experiment, wie da, also wie das dann da aussieht, und dann nochmal das, theoretisch, dann versteht man das Experiment besser, ähm, ich bin gerade am überlegen, ob es schlauer ist, ob man das vorher macht und sich dann das Experiment anguckt, da bin ich mir jetzt gerade unsicher, ob man das vielleicht zuerst, dann versteht man vielleicht das Experiment besser, von Anfang an und nicht hinterher erst, wenn man die äh Grafik gesehen hat.“ (Schüler*in F, Absatz 654)

Bei dieser Äußerung wird außerdem deutlich, dass manche Schülerinnen und Schüler nach dem Hinweis, dass insbesondere auch Kritik erwünscht sei, konstruktiv über eine Überarbeitung nachdachten. Ein*e Schüler*in äußerte dabei, dass die Grafiken grundsätzlich noch etwas ausgeschärft und besser veranschaulicht werden könnten.

„Ich würde insgesamt die äh grafischen Darstellungen noch ein bisschen mehr veranschaulichen.“ (Schüler*in M, Absatz 421)

Gleichzeitig hob die Person hervor, dass die grundsätzliche Struktur aus ihrer Sicht sinnvoll sei.

„Das fand ich eigentlich sehr gut. Ja und ich glaube auch, dass im Unterricht äh diese Reihenfolge auch gut wäre.“ (Schüler*in M, Absatz 425)

Eine Zufriedenheit mit der Grundstruktur war weit verbreitet. Mehrere Schülerinnen und Schüler, die die zweite Version der Akzeptanzbefragung durchführten, benannten, dass ihnen der grundsätzliche Ablauf und die Einführung einer quantitativen Beschreibung im Anschluss an eine qualitative Beschreibung gut gefiel und dies insgesamt zur Akzeptanz beiträgt:

„Also, also ich mag das eigentlich immer, wenn man so Theorie mit so ein bisschen Praxis verknüpft. Deswegen fand ich die Experimente, oder auch die Abbildungen die haben das schon deutlich vereinfacht, das zu verstehen“ (Schüler*in K, Absatz 549)

„Ok. Also ich fand das sehr interessant, also ich hatte gestern mir schon was angeguckt zur Quantenphysik, aber ich hatte das irgendwie nicht so ganz verstanden gehabt. Aber jetzt, wo wir das auch rechnen konnten, war das jetzt viel fassbarer für mich. Kann man das so sagen, weil da also als ich das angeguckt hab, dachte ich erstmal da kann man garnichts zu berechnen. Eigentlich. Aber jetzt, wo wir das am Beispiel von Licht gemacht haben, habe ich das viel besser verstanden.“ (Schüler*in J, Absatz 629)

Auch die Anwendung der Teilschritte bei der Mathematisierung bevor die Rechnung zum Interferometer betrachtet wird, wurde, von den Schülerinnen und Schülern, entsprechend der Planung, als Schritt zum Verständnis der Konzepte wahrgenommen:

„Und hier diese eine Abbildung, wo wir das nochmal quasi mit einem anderen Beispiel, was aber sehr ähnlich war, nochmal durchgerechnet haben. [...] Das hat mit dann nochmal geholfen das nochmal nachzuvollziehen. Wofür steht jetzt hier was und wie kommt das zu Stande, dass ich es jetzt halt wirklich richtig verstanden hab. Und nicht mehr diese ganzen mathematischen ähm Formeln sag ich mal, sehe, sondern jetzt halt auch wirklich weiß, wofür das steht und dann es damit auch für mich jetzt einfacher ist das nachzuvollziehen. Beziehungsweise halt auch nachrechnen zu können.“ (Schüler*in L, Absatz 781)

Neben den Anwendungen wurde auch den Experimenten eine Rolle auf dem Weg zum Verständnis zugeschrieben, die insbesondere für den qualitativen Teil zentral waren und gleichzeitig die Grundlage für die mathematische Beschreibung darstellten.

„Äh die Experimente haben sogar am meisten geholfen würde ich sagen, weil man das dann nochmal in der Praxis auch sehen konnte. Das war gut, weil für mich zum Beispiel, kann man dann besser was lernen und verstehen, als wenn man einfach stumpf Texte liest.“ (Schüler*in C, Absatz 432)

Dabei wurden die Experimente als Schnittstelle zur Realität wahrgenommen. In diesem Zusammenhang wurde außerdem wertgeschätzt, dass der Versuch zur stochastischen Vorhersagbarkeit von der idealen 50/50-Aufteilung abwich und das auch angesprochen wurde.

„Ähm ich fand das an sich gut verständlich, jetzt mit Ihrer Erklärung zum Video dazu und ich fand es eigentlich auch gut, dass man das nochmal durch so ein Video zeigt, weil das einfach die Verständlichkeit, äh, ja mehr zeigt. Und auch das Problem benannt hat, dass wenn dann der Spiegel aber nicht ganz perfekt ausgerichtet ist, dass das dann schon nicht mehr klappt.“ (Schüler*in G, Absatz 36)

Das anstelle des realen Versuchsaufbaus Videos der Versuche genutzt wurden, wurde von den Schülerinnen und Schülern nicht kritisiert. Es wurde auch nicht positiv hervorgehoben, dass ein Versuchsteil direkt am Versuchsaufbau durchgeführt wurde.

Es wurde allerdings mehrfach angemerkt, dass die Videos nicht ohne eine zusätzliche Erklärung auskommen:

„Und es war auf jeden Fall wichtig, dass man sich nicht nur das Video angeguckt hat, sondern dabei was auch erklärt wurde, weil sonst wär mir, sonst wär ich da ganz verloren gewesen.“ (Schüler*in K, Absatz 82)

„Was ich sonst noch sagen würde, wäre so ein bisschen die Erklärung vom Computer (Quantenkoffer), dass ich da manchmal ähm von Dingen hier, also meine Fehler gemacht hab, wie irgendwie die Spiegel da funktionieren, oder sowas.“ (Schüler*in G, Absatz 169)

Neben diesen Punkten, die direkt die Akzeptanz und das Verständnis betreffen, wurden in den Akzeptanzbefragungen auch mehrere Fehlvorstellungen sichtbar. Die erste Vorstellung, die mehrfach auftrat, war die, dass ein Strahlteiler in mehrere Richtungen reflektieren kann und sich somit am Mach-Zehnder Interferometer ein Kreislauf ergibt.

„Ähm zum zweiten Spiegel und dann also man hat quasi wie ein Kreislauf hier.“ (Schüler*in B, Absatz 163)

Während dies zunächst auf eine fehlerhafte Abbildung zurückzuführen war, trat diese Vorstellung auch bei einer korrigierten Abbildung zum Mach-Zehnder-Interferometer auf. Ein Lernhindernis, welches ebenfalls die Ein- und Ausgänge des Strahlteilers betrifft, war, dass bei nur einer Lichtquelle zunächst auch nur ein Eingang existiert, was der Notation als Zeilenvektor entgegensteht.

I: „Dann ist die Wahrscheinlichkeit für Eingang 1 eins. Und für Eingang 2 null.“

B: „Aber es gibt ja gar keinen Eingang 2?“ (Schüler*in H, Absatz 467-468)

Als bekannte Schülervorstellung konnte auch eine ausgeprägte Teilchen-Vorstellung beobachtet werden. Diese war unmittelbar nach dem Einstieg bei fast allen Teilnehmerinnen und Teilnehmern zu finden. Dabei beschrieben sie die Photonen von sich aus als „Teilchen“, ohne dass dieser Begriff zuvor genannt wurde, oder eine Abbildung Photonen als Kreise darstellte.

„Also, ja ein Photon ist in der Quantenphysik eigentlich ein Teilchen, ein kleinstes unteilbares Teilchen, also oder eine Einheit, so ich weiß nicht, ja ähm und kein äh, kein Strahl mehr.“ (Schüler*in A, Absatz 28)

„Und in der Quantenphysik ist es aber nicht so ein Strahl, sondern eher so, wie so Punkte, oder Portionen, die halt nicht so durchgängig sind. Und äh, deshalb können die dann auch nicht in zwei Richtungen geteilt werden.“ (Schüler*in J, Absatz 26)

Bei der Interferenz von Einzelphotonen führte dies zu einem kognitiven Konflikt, da die Vorstellung eines Teilchens nicht mit der Aussage, dass Photonen keine Wege nehmen, verbunden werden kann.

„Ja. Ähm. Also Interferenz habe ich verstanden. Ähm. Was mir jetzt irgendwie noch nicht klar ist, also wenn es jetzt quasi immer eins nach dem anderen geht. [...] Dann kann es sich doch nicht überlagern. Also!“ (Schüler*in M, Absatz 224-226)

„Ähm, ich fand den am Anfang, mit dem dass es auf der einen Seite ankommt, auf der anderen nicht, mit den Interferenzen auch an sich relativ verständlich, hier wurde es dann halt find ich sehr abstrakt, ähm, mit dem dass die keinen Weg nehmen, und ähm man deswegen an sich sagt, dass die sich aufteilen, weil ich hab immer gedacht, dass die zwei äh Photonen sich an sich hier äh beeinflussen, so ein bisschen, weil der ja immer zwei losschickt, aber dann muss man jetzt umdenken, dass es ja trotzdem immer nur eins ist, was hier an sich nimmt.“ (Schüler*in G, Absatz 107)

Aus den Aussagen ist bereits zu entnehmen, dass die Vorstellung, dass Photonen keine Wege nehmen, zunächst schwierig zu verstehen ist, wenn man sich diese Photonen als Teilchen vorstellt. Das Auftreten der Interferenz führte in Verbindung mit der Erklärung bei den meisten Schülerinnen und Schülern zu einem Wechsel der Vorstellung, hin zur adäquaten Erklärung, dass Photonen zwischen der Emission und Detektion nicht lokalisiert sind. Bei einer Person wurde sie jedoch durch eine neue Fehlvorstellung ausgetauscht. Die Beschreibung des Photons als Welle:

„Aber es ist ja dann trotzdem Wellen, also es bewegt sich als Welle.“ (Schüler*in M, Absatz 234)

Diese versuchte grundsätzlich das Photon klassisch zu beschreiben und akzeptierte die quantenphysikalische Erklärung mit der zugehörigen Abbildung erst nach mehrfacher Wiederholung. Die Vorstellung des Photons als Welle trat dabei nur bei einer Person auf, während ein Großteil der Schülerinnen und Schüler bereits nach dem Einstieg mit einem Teilchenmodell arbeitete.

Zwischen den Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Schulformen sind im Bereich der Akzeptanz und des Verständnisses keine Unterschiede zu beobachten. Es sind einzelne Schülerinnen und Schüler, die hervorstechen, wobei das grundlegende Niveau vergleichbar zu sein scheint. Einzig in den mathematischen Vorkenntnissen treten Unterschiede auf. So konnte beobachtet werden, dass der Umgang mit Wurzeln für Schülerinnen und Schüler der Gesamtschule problematisch war, während die Schülerinnen und Schüler der Gymnasien problemlos mit diesen operierten.

5 Die Anpassung des Lehrgangs

Auf Grundlage dieser Ergebnisse lässt sich der Lehrgang überarbeiten und es lassen sich Folgerungen für die Weiterentwicklung aufstellen. Die Grundstruktur wurde von vielen Schülerinnen und Schülern als sehr verständlich und sinnvoll akzeptiert und auch Abbildungen und Experimente wurden von den meisten Schülerinnen und Schülern als lernförderlich beschrieben und hatten nach deren Aussage einen großen Anteil an der Verständlichkeit des Lehrgangs. Auch die Wahrnehmung der Mathematik als Hilfsmittel gelang wie erhofft. Neben einigen kleinen zu überarbeitenden Punkten lassen sich allerdings auch drei Aspekte benennen, an denen unter Berücksichtigung der Ergebnisse der Erhebung, bei einer Weiterentwicklung zu arbeiten ist.

1. Aspekt: Verständliche Erklärungen und eine verständliche theoretische Beschreibung können nicht grundsätzlich schnell verstanden werden. Mit steigendem Abstraktionsgrad ist bei Erklärungen insbesondere die Begründung zentral und es benötigt ein schrittweises Vorgehen, bei dem das Verständnis langsam entwickelt werden kann.
2. Aspekt: Abbildungen und Erklärungen, sowie mathematische Beschreibungen sind eng miteinander zu verknüpfen, damit der Abstraktionsgrad reduziert und das Verständnis gefördert werden kann.
3. Aspekt: Der Teilchenvorstellung ist aktiv zu begegnen, da diese, auch wenn der Teilchenbegriff und entsprechende Abbildungen vermieden werden, bei einigen Schülerinnen und Schülern auftritt.

Während der erste Aspekt sehr allgemein greift, eine genaue Überprüfung der Formulierungen erfordert und gleichzeitig zu einem großen Teil durch den Unterricht und nur indirekt durch den zugrundeliegenden Lehrgang beeinflusst wird, werden im folgenden zwei große Anpassungen dargestellt, die in Folge der Akzeptanzbefragung am Lehrgang vorgenommen wurden.

Da der Wert der Abbildungen für die Schülerinnen und Schüler von diesen deutlich hervorgehoben wurde und sie diese als eine Möglichkeit wahrnehmen, um sich ein „Bild“ von der Quantenphysik zu machen, wurden diese Bilder an den Stellen, an denen es um dynamische Prozesse geht und das Verständnis unterstützen kann, animiert. Die Abbildungen und Berechnungen, die dies betrifft, wurden mit QR-Codes versehen, mit denen die Animationen abgerufen werden können. Besonders deutlich wird der Einfluss der Animationen bei den Berechnungen von Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Matrizen. Während einige Schülerinnen und Schüler die Rechnung

verstanden, gaben andere an, dass sie eigentlich nur die Zeigerdiagramme verstanden hatten. Eine Verbindung zwischen den beiden Repräsentationsformen wurde dabei selten hergestellt, wobei ein Schüler explizit bemängelte, dass ihm der Zusammenhang nicht klar wurde. Es erscheint nicht sinnvoll von Beginn an Matrizen und Zeigerdiagramme gleichzeitig einzuführen, da dies zu einer Überlastung mit neuen Darstellungsformen führen könnte. Es wird auch an der Darstellung der Rechnungen durch Matrizen als erste Variante festgehalten, da diese zentral ist, während die Zeiger das Verständnis nur unterstützen sollen. Als Reaktion wurde nach der Darstellung der Rechnung durch Zeigerdiagramme eine Animation in den Lehrgang integriert, die die Rechnung mit Matrizen und gleichzeitig die Verbildlichung durch Zeigerdiagramme darstellt. Dabei werden Änderungen an den Zeigern farblich hervorgehoben und die Einträge der Matrizen sind farblich an die Gestaltung bei der Einführung der Rechnung mit Matrizen angepasst. Die gemeinsame Darstellung, die die Vorgänge in den verschiedenen Darstellungsformen animiert, könnte ein Verständnis der Bedeutung der mathematischen Operationen und des Zusammenhangs der Rechnungen und Zeigerdiagramme fördern.

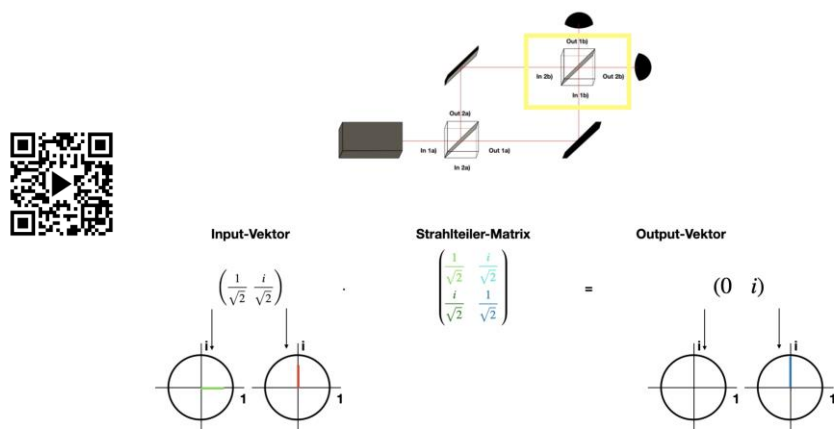


Abbildung 35: Animierte Rechnung und Verbildlichung zum Mach-Zehnder Interferometer

Auf den dritten Aspekt wird ebenfalls durch eine große Anpassung reagiert. So wird die Vorstellung des Photons als Teilchen als Reaktion auf die Ergebnisse explizit thematisiert. Statt diese Vorstellung, die historisch eine wichtige Rolle gespielt hat, nicht zu nutzen, wird diese zu Beginn des Lehrgangs explizit als ein erstes Modell für Photonen auf Grundlage der Lichtquantenhypothese eingeführt. Es erscheint naheliegend sich „in Raumpunkten lokalisierte Energiequanten“ (Einstein, 1905, S.133) als Teilchen vorzustellen und entsprechend auch in Abbildungen als Kügelchen zu zeichnen. Bei der Unteilbarkeit und stochastischen Vorhersagbarkeit besteht zunächst keine Notwendigkeit einer Beschreibung durch eine Wellenfunktion, sodass

die Teilchenvorstellung in diesem Teil des Lehrgangs nicht als Fehlvorstellung, sondern als adäquat angesehen werden kann. Genauso wird entsprechend bei der Thematisierung der Interferenz explizit klargestellt, dass das Teilchenmodell dort an seine Grenzen stößt und erweitert werden muss. Dass an dieser Stelle ein kognitiver Konflikt erzeugt werden kann, konnte in der Akzeptanzbefragung gezeigt werden. Dies ist nun deutlicher möglich, weil zuvor eine Vorstellung im Unterricht verwendet wurde, die an ihre Grenzen stößt. Die Kästen zur Beschreibung der zu den entsprechenden Phasen des Lehrgangs adäquaten Vorstellungen sind in der folgenden Abbildung zu betrachten.

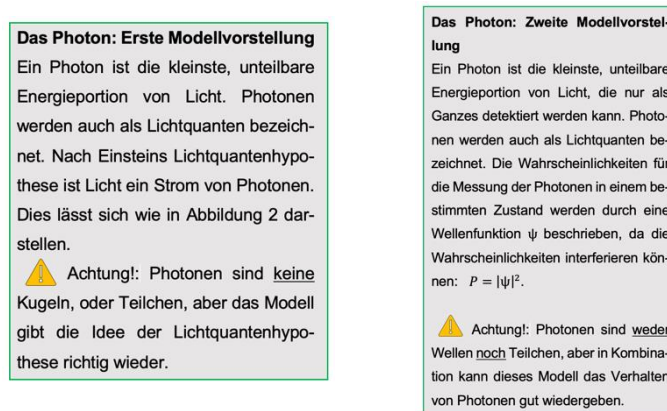


Abbildung 36: Verschiedene Modellvorstellungen zum Photon als Quantenobjekt

Durch die explizite Thematisierung kann in Verbindung mit der Animation von Abbildungen auch anderen bekannten inadäquaten Vorstellungen entgegengewirkt werden.

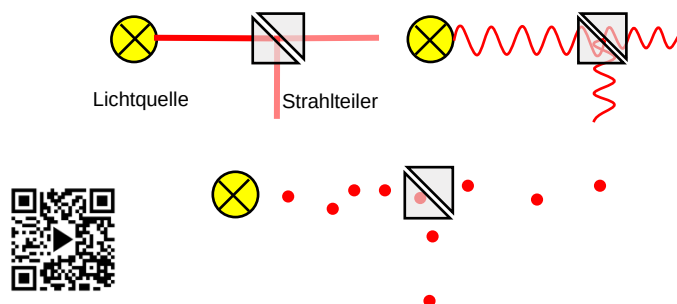


Abbildung 37: Animation der Aufteilung von Licht am Strahlteiler für verschiedene Modellvorstellungen von Licht

Indem Photonen als sich geradlinig ausbreitende Teilchen beschrieben werden, kann grundsätzlich verhindert werden, dass Schülerinnen und Schüler denken, dass sich Photonen auf Wellenbahnen bewegen, bevor das Modell durch eine Wellenfunktion ergänzt und angepasst wird, wobei dann thematisiert wird, dass Wege grundsätzlich

unbekannt sind. Es erscheint interessant zu untersuchen, inwiefern ein solcher Ansatz zur Ausprägung adäquater Vorstellungen führen kann.

Neben diesen beiden großen Anpassungen wurden auch kleinere Anpassungen vorgenommen. So wurden zum Beispiel die Versuchsvideos, welche zum Zeitpunkt der Akzeptanzbefragung teilweise unscharf waren, ausgetauscht und Formulierung angepasst, sodass diese nah an den erprobten Erklärungen bleiben. Zudem wurde in dem Lehrgang eine Seite integriert, auf der der grundsätzliche Aufbau des Quantenkoffers beschrieben wird. Dies kann Erklärungen zu der Darstellung der Zählraten während der Experimente nicht ersetzen, führt allerdings dazu, dass der Fokus während der Messung auf den Zählraten liegen kann, die grundsätzlich beschriftet und einem Detektor eindeutig zuzuordnen sind, und nicht der restliche Aufbau Fragen aufwirft. An dieser Stelle lässt sich ausnutzen, dass mit einer Ausnahme alle Experimente mit dem Quantenkoffer als Grundaufbau durchführbar sind.

Es erscheint nach den Ergebnissen der Akzeptanzbefragung sinnvoll zu sein, die Aussagekraft von Messergebnissen und deren Rolle für die Physik explizit zu behandeln und die Nature of Science zu thematisieren, wie es auch nach Stadermann et al. (2019, S.15) als sinnvoll erachtet wird. Die Thematisierung der Grenzen der Aussagekraft wurde ausdrücklich positiv bewertet und der Messprozess ist in der Quantenphysik von besonderer Bedeutung. Auf eine Anpassung des Lehrgangs bezüglich dieses Aspektes wurde in dieser Arbeit verzichtet, da zunächst ein Fokus auf den auftretenden Vorstellungen und Hindernissen lag, denen durch die Anpassungen begegnet werden sollte, wobei eine solche Anpassung grundsätzlich möglich wäre.

6 Diskussion der Ergebnisse

Auf Grundlage der Akzeptanzbefragungen können neben der Überarbeitung des Lehrgangs nun auch die Forschungsfragen beantwortet werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass es sich um eine qualitative Untersuchung mit kleiner Stichprobengröße handelt und sich die Ergebnisse nur auf die untersuchte Gruppe beziehen können und grundsätzlich nicht zu verallgemeinern sind.

6.1 Forschungsfrage 1

Die qualitative Beschreibung der Wesenszüge wurde von den teilnehmenden Schülerinnen und Schülern akzeptiert. Zu allen Key-Ideas 1 bis 5 war der Mittelwert für die Akzeptanz und die Qualität der Paraphrasierung kleiner als 0,5 und kein Schüler und keine Schülerin zeigten zu einer der Key-Ideas keine Akzeptanz. Die Interferenz von Einzelphotonen stellt dabei die Key-Idea mit der schlechtesten Akzeptanz dar. Dies wurde unter anderem durch die geringe Anschaulichkeit und die Menge an neuem Inhalt in der kurzen Zeit der Akzeptanzbefragung begründet und betraf häufig die Beschreibung der Wahrscheinlichkeit durch eine Wellenfunktion, welche im Lehrgang grundsätzlich nur qualitativ betrachtet wird. Es erscheint sinnvoll die grundsätzliche Struktur der qualitativen Beschreibung beizubehalten und zu untersuchen, wie diese im Physikunterricht in einer angemessenen Geschwindigkeit von Schülerinnen und Schülern verstanden wird und an welcher Stelle dabei weiterhin die gleichen, oder auch neue Verständnisprobleme auftreten.

6.2 Forschungsfrage 2

Die quantitative Beschreibung wurde ebenfalls akzeptiert, da der Mittelwert für Akzeptanz und die Qualität der Paraphrasierungen zu jeder Key-Idea kleiner als 0,5 ist und in keinem Fall zu einer Key-Idea keine Akzeptanz auftrat. Insbesondere bei der Grundidee der Mathematisierung und dem Rechnen mit Vektoren und Matrizen ergaben sich sehr gut Werte für die Akzeptanz. Erst bei der komplizierten Modellierung des Strahlteilers wurden schwächere Werte erreicht, was auch hier aus Zeitgründen eine Erprobung in angemessener Geschwindigkeit mit größerer Stichprobe nahelegt, um begründet Aussagen treffen zu können. Eine solche Erprobung könnte eine genauere Analyse auftretender Lernschwierigkeiten ermöglichen, während das übergeordnete Konzept aufgrund der hohen Akzeptanz zunächst nicht zu verändern ist.

6.3 Forschungsfrage A

Die Experimente mit dem Quantenkoffer wurden von den Schülerinnen und Schülern grundsätzlich positiv wahrgenommen und stützen die Akzeptanz. Dabei wurde insbesondere auch die Betrachtung in Form von Videos nicht als Nachteil wahrgenommen. Es wurden Hinweise gegeben, wie diese eventuell lernförderlicher gestaltet werden könnten, wenn diese durch passende Erklärungen des Quantenkoffers begleitet werden. Dass echte Messungen von den theoretisch optimalen Werten abweichen, wurde von den Schülerinnen und Schülern als positiver Aspekt wahrgenommen. Daher könnte es sinnvoll sein in Zukunft eine explizite Förderung experimenteller Kompetenz in den Lehrgang zu integrieren. Auch wenn die Experimente sehr positiv wahrgenommen wurden, stellen die Experimente neben den Erklärungen und Abbildungen nur einen von mehreren wichtigen Baustein dar, der zum Verständnis beiträgt. Es erscheint notwendig diese Punkte miteinander weiterzuentwickeln und die Rolle des Quantenkoffers dabei nicht überzubewerten, insbesondere da dieser im Allgemeinen nur in Form von Videos integriert und nicht direkt im Unterricht eingesetzt wird.

6.4 Forschungsfrage B

Die Abbildungen werden allgemein als sehr wichtiger Teil des Lehrgangs betrachtet und bilden neben den Experimenten die Grundlage für das Verständnis der Schülerinnen und Schüler, wobei sie teilweise als hilfreicher, als die Experimente beschrieben wurden. Die Lernenden stützten sich in Erklärungen wiederholt auf Abbildungen und nannten diese als entscheidenden Faktor für das Verständnis. Es konnte auch entdeckt werden, dass die Beschreibung des Photons als Energieportion bei den Schülerinnen und Schülern auch ohne eine entsprechende Abbildung eine Teilchenvorstellung, mit dem zugehörigen Bild, hervorruft. Die Verbildlichung scheint auch, oder besonders in der wenig anschaulichen Quantenphysik ein zentrales Mittel für das Verständnis zu sein. Dadurch stellt sich die weiterführende Frage, ob es sinnvoll ist in einem solchen Lehrgang möglichst viel zu verbildlichen und die Grenzen der Modelle zu thematisieren, um Schülerinnen und Schülern eine zum jeweiligen Zeitpunkt angemessene Vorstellung anzubieten und auf implizierte Fehlvorstellungen gezielt eingehen zu können. Außerdem erscheint es sinnvoll zu untersuchen, inwiefern der Wechsel von statischen Abbildungen hin zu Animationen bei der Überarbeitung

des Lehrgangs das Verständnis der Schülerinnen und Schüler unterstützen kann und eventuell auch das Verständnis der Mathematisierung fördert.

6.5 Forschungsfrage C

Eine Teilchenvorstellung kann bei Schülerinnen und Schülern unmittelbar nach der Beschreibung der Photonen als Energieportionen beobachtet werden. Diese Vorstellung bleibt zunächst bestehen und ist erst mit der Fähigkeit zur Interferenz nicht zu vereinbaren. An dieser Stelle konnte bei den meisten Schülerinnen und Schülern ein kognitiver Konflikt erzeugt werden, der insbesondere im Rahmen der Frage nach der Lokalisiertheit eines Photons und der Frage nach „gegangenen Wegen“ offensichtlich wurde. Diese Stelle bietet sich somit an, um der Vorstellung zu begegnen und zu einer adäquaten Vorstellung überzugehen. Gleichzeitig stellt sich die Frage inwiefern eine Teilchenvorstellung grundsätzlich als Fehlvorstellung zu betrachten ist. Bei Betrachtung der Entwicklung der Quantenphysik erscheint es sinnvoll die Teilchenvorstellung phasenweise als adäquat zu betrachten, solange deren Grenzen thematisiert werden. Die meisten Schülerinnen und Schüler übernahmen bei der Paraphrasierung an dieser Stelle eine adäquate Beschreibung, allerdings wäre längerfristig zu untersuchen, inwiefern im Anschluss erneut eine Teilchenvorstellung auftritt, ob ein Konzeptwechsel stattfindet oder nur wiedergegeben wurde, was als Erklärung vorgegeben wurde. Neben der Teilchenvorstellung konnten im Rahmen der Akzeptanzbefragung basierend auf dem Lehrgang keine weiteren erheblichen Fehlvorstellungen erkannt werden.

6.6 Forschungsfrage D

Die Berechnung mit Matrizen wurde von fast allen Schülerinnen und Schülern vollständig akzeptiert. Die Rechnung mit Matrizen konnte zudem von den meisten Lernenden ohne, oder mit geringer Hilfestellung angewendet werden. Es ist davon auszugehen, dass dieser mathematische Teil unproblematisch ist, da dieser als Notwendigkeit zur Vorhersage, mit „relativ leichten Rechenregeln“, als Werkzeug hingenommen wird. Die Funktion der komplexen Zahlen wurde ebenfalls von den meisten Schülerinnen und Schülern akzeptiert, jedoch hätten diese mehr Zeit für das Verständnis und eine mögliche Anwendung benötigt. Die Zeigerdiagramme wurden als Veranschaulichung der Rechnung wertgeschätzt, wobei eine direkte Verknüpfung von Rechnung und Diagramm erwünscht sind, um ein besseres Verständnis zu

erreichen, statt diese koexistieren zu lassen, indem diese nacheinander betrachtet werden. Es erscheint notwendig in Zukunft zu erproben, inwiefern die Schülerinnen und Schüler selbstständig mit den komplexen Einträgen in Matrizen rechnen können und inwiefern die Bereitstellung der bei der Überarbeitung entwickelten Animationen das Verständnis unterstützen.

6.7 Forschungsfrage E

Mit Lernschwierigkeiten ist insbesondere bei der Interferenz von Quantenobjekten und der Mathematisierung zu rechnen. Die Interferenz muss zur Überwindung der Teilchenvorstellung genutzt werden, wodurch es zwangsläufig zu Konzeptwechseln kommen muss, die nicht direkt steuerbar sind. Auch im Bereich der Verschränkung ist mit Lernschwierigkeiten zu rechnen, wobei diese nicht eingegrenzt werden können, da diese nicht Teil der Akzeptanzbefragung waren. Bei der Mathematisierung ist aufgrund des Abstraktionsniveaus mit Schwierigkeiten zu rechnen. Dabei muss genügend Zeit gegeben werden und die Lernenden müssen Teile des Konzeptes wiederholt selbst anwenden können, um ein Verständnis zu erreichen. Es kann ein Ansatz sein durch unterstützende Abbildungen und Animationen den Grad der Anschaulichkeit zu erhöhen. Dieser muss allerdings erprobt werden. Die überarbeitete Version des Lehrgangs versucht Lernhemmnisse zu reduzieren. Es zeigten sich grundsätzlich keine Unterschiede im Verständnis zwischen den Schülerinnen und Schülern der Gymnasien und Gesamtschulen. Im Rahmen der mathematischen Fähigkeiten wurden diese jedoch sichtbar, was sich auf mögliche Lernschwierigkeiten auswirkt. Dabei ist nicht zwingend von einer Differenz zwischen den Schulformen auszugehen, vielmehr scheint das Vorwissen zwischen verschiedenen Schülerinnen und Schülern verschiedener Schulen stark zu variieren. Der Umgang mit Wurzeln und Quadraten im Mathematikunterricht kann sich auf die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten auswirken. Gegebenenfalls sind an der Stelle Übungen notwendig.

Insgesamt erscheint der Lehrgang nach der Akzeptanzbefragung geeignet, um den Schülerinnen und Schülern ein adäquates, zeitgemäßes Bild der Quantenphysik zu vermitteln und diesen Vorhersagen für Wahrscheinlichkeiten von Messergebnissen zu ermöglichen, sodass sich eine Weiterentwicklung und weitere Untersuchung der Wirkung des Lehrgangs auf die von Schülerinnen und Schülern ausgeprägten Vorstellungen und Lernhindernisse sinnvoll erscheint. Dies könnte nach dieser ersten

Befragung nach der Akzeptanz des Gesamtkonzeptes in einer regulären Geschwindigkeit erfolgen, um auch zu den einzelnen Teilen des Lehrgangs präzisere Aussagen über die Wirksamkeit treffen zu können. An dieser Stelle ist das komprimierte Verfahren der Akzeptanzbefragung nicht geeignet, da ein grundlegendes Verständnis bei dieser nicht überprüft werden kann. Diese kann im Allgemeinen nur Auskunft über die Verständlichkeit geben, wodurch sie vor allem in einem frühen Entwicklungsstadium eines Lehrgangs geeignet ist. Inwiefern Schülerinnen und Schüler ein adäquates Verständnis aufbauen können, ist über einen längeren Zeitraum zu beobachten. Es ist dabei auch zu berücksichtigen, dass im Bereich der Akzeptanz bei einem Einsatz im regulären Unterricht Abweichungen von den Ergebnissen in dieser Arbeit zu erwarten sind, da eine Akzeptanzbefragung im Einzelgespräch nicht direkt auf den Klassenunterricht übertragbar ist. Neben diesen Limitationen ist die Akzeptanzbefragung gut geeignet, um einen ersten Eindruck zur Akzeptanz und Wirkung auf Schülerinnen und Schüler zu bekommen. Dieser fiel durchweg positiv aus, während sie gleichzeitig die Grundlage für eine Überarbeitung des Lehrgangs liefern konnte. Zudem zeigt sich in der Akzeptanzbefragung, welchen Aspekten bei möglichen weiterführenden Untersuchungen besondere Aufmerksamkeit zu schenken ist. An dieser Stelle sind insbesondere die Untersuchung der ausgebildeten Vorstellungen und Konzepte der Schülerinnen und Schüler und die Möglichkeit der Anwendung der Mathematisierung durch Schülerinnen und Schüler interessant, für die die Akzeptanzbefragung grundsätzlich positive Ergebnisse erwarten lässt.

Literatur

- Aspect, A. (1975). Proposed experiment to test separable hidden-variable theories. *Physics Letters A*, 54, 117–118.
- Beck, M. (2012). *Quantum Mechanics: Theory and Experiment*. Oxford University Press
- Bennett, C.H. & Brassard, G. (1984). Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. *Proceedings of the International Conference on Computers, Systems & Signal Processing*, 175-179.
- Bitzenbauer, P. (2020). *Quantenoptik an Schulen. Studie im Mixed-Methods Design zur Evaluation des Erlanger Unterrichtskonzepts zur Quantenoptik*. Logos Verlag.
- Bronner, P. (2010). *Quantenoptische Experimente als Grundlage eines Curriculums zur Quantenphysik des Photons*. Logos Verlag.
- Burde, Jan-Philipp. (2018). *Konzeption und Evaluation eines Unterrichtskonzepts zu einfachen Stromkreisen auf Basis des Elektronengasmodells*. Logos Verlag.
- Clauser, J. (1974). Experimental Distinction between the Quantum and Classical Field Theoretic Predictions for the Photoelectric Effect*. *Physical Review D*, 9/4, 853-860.
- Ecker, G. (2017). *Teilchen, Felder, Quanten*. Springer Spektrum.
- Einstein A. (1905). Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik* 17, 132-148.
- Gerke, F. (2019). *Der Quantenkoffer zur Vermittlung quantenphysikalischer Konzepte in der Hochschulbildung. Entwicklung und Erprobung eines Versuchsskriptes zur Verschränkung einzelner Photonenpaare*.
- Grangier, P., Roger, G. & Aspect, A. (1986). Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences. *Europhysics Letters*, 1/4, 173-179.
- Heisenberg, W. (1959). *Physik und Philosophie*.
- Hellwig, J. (2012). *Messunsicherheiten verstehen. Entwicklung eines normativen Sachstrukturmodells am Beispiel des Unterrichtsfaches Physik*.
- Hong, C.K., Ou, Z.Y. & Mandel, L. (1987). Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.* 59/18. 2044-2046.

- Kattmann, U., Duit, R., Gropengiesser, H. & Komorek, M. (1997). Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion – Ein Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. 3. 3–18.
- Kircher, E., Girwidz, R. & Häußler, P. (2015). Physikdidaktik. Theorie und Praxis. Springer.
- Küblbeck, J. & Müller, R. (2003). Die Wesenszüge der Quantenphysik.
- Michelson, A. A. (1903). Light waves and their uses.
- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2020). Kernlehrplan für die Sekundarstufe II Gymnasium / Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen Physik.
- Müller, C. T. & Duit, R. (2004). Die unterrichtliche Sachstruktur als Indikator für Lernerfolg – Analyse von Sachstrukturdiagrammen und ihr Bezug zu Leistungsergebnissen im Physikunterricht. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 10, 147-161.
- Müller, R., Schmincke, B. & Wiesner, H. (1996). Atomphysik und Philosophie Niels Bohrs Interpretation d. Quantenmechanik.
- Müller, R. & Wilhelm, T. (2021). Unterrichtskonzeptionen zur Quantenphysik. *Entwicklung von Unterrichtskonzeptionen*. Springer Spektrum. 335-368.
- Planck, M. (1901). Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. Annalen der Physik. Volume 309. S. 553–563.
- Qutools (o.D.). Quantenkoffer. <http://www.quantenkoffer.com/quantenkoffer/> (Abgerufen am 01.07.2023)
- Schecker, H., Wilhelm, T., Hopf, M. & Duit, R. (2018). Schülervorstellungen und Physikunterricht. Springer.
- Stadermann, H.K.E, van den Berg, E. & Goedhart, M.J. (2019). Analysis of secondary school quantum physics curricula of 15 different countries: Different perspectives on a challenging topic. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.* 5,1.
- The Royal Swedish Academy of Sciences. (2022). The Nobel Prize in Physics 2022.
- Wiesner, H. (1995). Physikunterricht - an Schülervorstellungen und Lernschwierigkeiten orientiert. Unterrichtswissenschaft, 23 (2), S.127-145.
- Wiesner, H. & Müller, R. (1996). Die Ensemble-Interpretation der Quantenmechanik, Physik in der Schule.

- Wiesner, H., Tobias, V., Waltner, C., Hopf, M., Wilhelm, T. & Sen, A. (2010). Dynamik in den Mechanikunterricht. PhyDid B - Didaktik Der Physik - Beiträge Zur DPG-Frühjahrstagung.
- Wodzinski, R. (1996). Untersuchungen von Lernprozessen beim Lernen Newtonscher Dynamik im Anfangsunterricht. Lit Verlag.

Anhang A

Anhang A.1

**Die Wesenszüge der Quantenphysik
quantitativ und qualitativ
Die Quantenphysik entlang
von Realexperimenten mit
dem Quantenkoffer**

Gliederung

1 Einführung.....	1
2 Das Photon als Quantenobjekt.....	2
Exkurs: Erzeugung und Detektion von Einzelphotonen	8
Der Quantenkoffer.....	10
3 Die Wesenszüge der Quantenphysik.....	11
3.1 Die stochastische Vorhersagbarkeit	11
3.2 Die Eindeutigkeit von Messergebnissen.....	17
3.3 Die Fähigkeit zur Interferenz.....	19
3.4 Die Komplementarität.....	24
3.5 Die Verschränkung	26
4 Die Quantenkryptographie	34
5 Systematisierung und Mathematisierung - Das Verhalten von Quantenobjekten beschreiben.....	37
5.1 Beschreibung des Strahlteilers.....	38
5.2 Mathematisierung der Polarisations-Zustände	46
6 Der Photoeffekt und die Elektronenbeugung	49

1 Einführung

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts führten neue Experimente mit Licht und Elektronen zu Beobachtungen, die durch die klassische Physik nicht erklärt werden konnten. Infolgedessen entwickelte sich die Quantenphysik. Mit dieser wurde es möglich, das Verhalten von Elektronen und anderen Quantenobjekten zu beschreiben. Ein wegweisendes Experiment war dabei das Hallwachs-Experiment (1896), in dem der Photoeffekt entdeckt wurde, welcher auch in moderner Technik Anwendung findet.

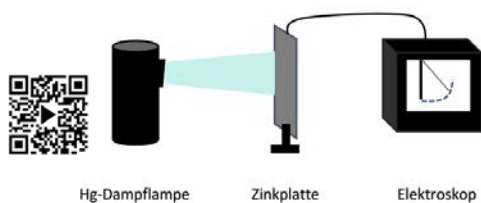


Abbildung 1: Schematischer Aufbau des Hallwachs-Experiments

In dem Versuch (Abbildung 1) wurde untersucht, wie sich die Ladung einer Zinkplatte verhält, wenn die Platte mit dem vorwiegend ultravioletten Licht einer Quecksilberdampf Lampe bestrahlt wird. Wenn eine Zinkplatte positiv aufgeladen wird, behält diese ihre Ladung bei der Bestrahlung mit Licht. Wird die Zinkplatte negativ geladen, entlädt sie sich bei der Bestrahlung. Das ultraviolette Licht kann also Elektronen aus

einer Zinkplatte „herausschlagen“. Es findet ein Energie- und Impulsübertrag an Elektronen statt. Da Licht klassisch keinen Impuls besitzt, erscheint dies fragwürdig. Eine genauere Betrachtung der Ergebnisse führt zu weiteren Abweichungen von den klassischen Erwartungen. So tritt der Effekt im Versuch nur bei der Bestrahlung mit UV-Licht nicht aber mit sichtbarem Licht auf. Einstein deutete das Experiment 1905 mit Hilfe seiner Lichtquantenhypothese so, dass Licht aus kleinen, unteilbaren Energieportionen sogenannten *Lichtquanten (Photonen)* besteht, denen ein Impuls zugeschrieben werden kann. Diese können ihre Energie in einem Stoßprozess vollständig an ein Elektron übertragen und dieses aus der Zinkplatte herausschlagen.

„Nach der hier ins Auge zu fassenden Annahme ist bei Ausbreitung eines von einem Punkte ausgehenden Lichtstrahles die Energie nicht kontinuierlich auf größer und größer werdende Räume verteilt, sondern es besteht dieselbe aus einer endlichen Zahl von in Raumpunkten lokalisierten Energiequanten, welche sich bewegen, ohne sich zu teilen und nur als ganze absorbiert und erzeugt werden können.“

(Albert Einstein, 1905)

2 Das Photon als Quantenobjekt

Einstein nahm zur Interpretation des Photoeffekts die Existenz von Photonen als Energieportionen des Lichts an. Die Existenz von Photonen konnte allerdings nicht unmittelbar experimentell bestätigt werden. Das Hallwachs-Experiment zeigt, dass die klassische Physik an ihre Grenzen kommt und erweitert werden muss. Es ist allerdings nicht klar, ob es das Licht ist, das noch nicht richtig beschrieben wird, oder ob es Prozesse in der Zinkplatte sind, die anders betrachtet werden müssen.

Um den Photoeffekt richtig beschreiben zu können, ist es notwendig zu entscheiden, ob Licht tatsächlich aus kleinen Energieportionen besteht, oder ob es zufällig auftretende Ereignisse in der Zinkplatte sind, die diesen Effekt hervorrufen. Im Laufe des 20. Jahrhunderts wurde in Versuchen die Existenz von Photonen als Energieportionen untersucht.

Strahlteilerexperimente

Wenn in einem Experiment gezeigt werden kann, dass Licht aus unteilbaren Portionen besteht, ist es sinnvoll das Licht als einen Strom von Photonen zu beschreiben. Zur Untersuchung der Unteilbarkeit von Licht geringer Intensität sind Experimente an Strahlteilern geeignet. Ein Strahlteiler ist ein optisches

Das Photon: Erste Modellvorstellung

Ein Photon ist die kleinste, unteilbare Energieportion von Licht. Photonen werden auch als Lichtquanten bezeichnet. Nach Einsteins Lichtquantenhypothese ist Licht ein Strom von Photonen. Dies lässt sich wie in Abbildung 2 darstellen.



Achtung!: Photonen sind keine Kugeln, oder Teilchen, aber das Modell gibt die Idee der Lichtquantenhypothese richtig wieder.

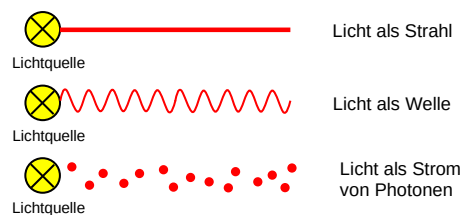


Abbildung 2: Die Ausbreitung von Licht als Strahl, Welle und Strom von Photonen nach der Vorstellung Einsteins



Bauteil, an dem einfallendes Licht teilweise transmittiert (durchgelassen) wird und teilweise reflektiert wird (siehe Abbildung 3). Dies ist zum Beispiel an einem halbdurchlässigen Spiegel der Fall. Es kann gleichzeitig durch ihn hindurchgesehen und das Spiegelbild betrachtet werden.

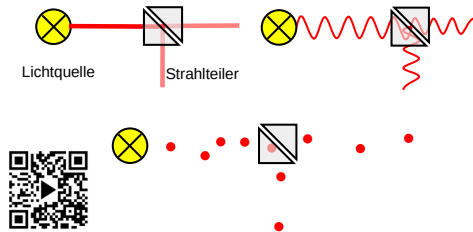


Abbildung 3: Aufteilung von Licht als Strahl, Welle und Strom von Photonen am Strahlteiler

Wenn es eine kleinste Energieportion gibt, kann diese am Strahlteiler entweder transmittiert (durchgelassen) oder reflektiert werden. Ein einzelnes Photon kann als kleinste Energieportion nicht teilweise transmittiert und reflektiert werden. Es kann sich nicht aufteilen. In Experimenten werden in der Regel Strahlteiler-Würfel verwendet. Sie werden als Quadrat gezeichnet, wobei eine Lücke in der Mitte die Fläche angibt, an der Licht teilweise reflektiert wird (siehe Abbildung 3).

1986 wurde von Grangier, Roger und Aspect ein Experiment durchgeführt, welches die Unteilbarkeit von Lichtportionen an einem Strahlteiler eindeutig zeigen konnte. Der Grund für den großen zeitlichen Abstand zur Lichtquantenhypothese liegt dabei in der technischen Herausforderung bei der Detektion kleiner Energien und der Suche nach einer geeigneten Lichtquelle. Grangier, Roger und Aspect führten das Experiment mit einer sogenannten

angekündigten Photonenquelle durch. In dieser besonderen Quelle wird Licht durch einen speziellen Prozess erzeugt und über zwei Ausgänge ausgesendet. (siehe „Exkurs: Erzeugung und Detektion von Einzelphotonen“ S.8-9) Das Licht aus dem ersten Ausgang wird dabei durch den eigentlichen Versuchsaufbau (z.B. den Strahlteiler) geschickt, während das Licht aus dem zweiten Ausgang der Ankündigung dient und in der Regel keinen speziellen Aufbau durchläuft.

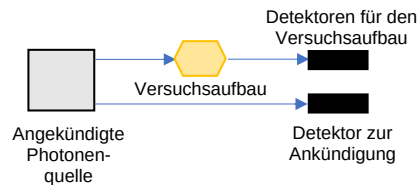


Abbildung 3: Schema für die Messung mit Ankündigung

Ausgewertet werden, bei Verwendung dieser Lichtquelle, von den Ereignissen an den Detektoren für den Versuchsaufbau nur die Ereignisse, die „zeitgleich“ mit Ereignissen am Detektor zur Ankündigung detektiert werden. Durch diesen Trick kann das Licht der Quelle von dem Umgebungslicht unterschieden werden. Als ein „zeitgleiches“ Ereignis wird dabei der Fall bezeichnet, dass in einem sehr kurzen zeitlichen Abstand an mehreren Detektoren eine Detektion stattfindet. Ein solches zeitgleiches Ereignis wird *Koinzidenz* genannt.

Der maximale zeitliche Abstand von den Detektionen, für den diese gleichzeitig genannt werden, wird als *Koinzidenzfenster* τ bezeichnet. Typischerweise ist das Koinzidenzfenster wenige Nanosekunden groß.

„Wenn innerhalb von 1 ns (dem Koinzidenzfenster) bevor, oder nachdem ein Ereignis am Detektor zur Ankündigung registriert wird, ein Ereignis an einem Detektor hinter dem Versuchsaufbau detektiert wird, handelt es sich um ein gleichzeitiges Ereignis (eine Koinzidenz).“

In der folgenden Abbildung ist skizziert, wie aus den Ereignissen an den verschiedenen Detektoren die Koinzidenzen ermittelt werden können.

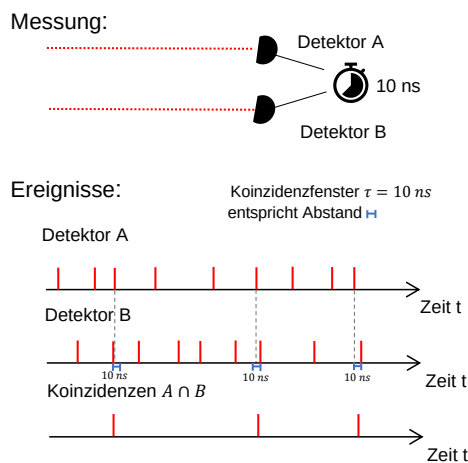
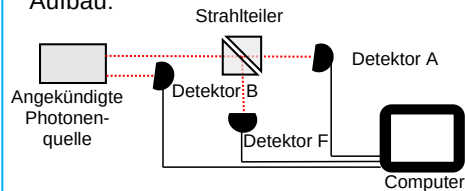


Abbildung 4: Gleichzeitigkeit - Was ist eine Koinzidenz?

Versuch 1: Antikorrelation am Strahlteiler

Aufbau:



Eine angekündigte Photonenquelle sendet Licht mit einer geringen Intensität durch zwei Ausgänge aus. Das Licht aus einem Ausgang wird als Ankündigung an Detektor B detektiert. Das Licht aus dem anderen Ausgang trifft auf einen 50/50-Strahlteiler. Hinter den beiden Ausgängen des Strahlteilers wird mit den Detektoren A und F einfallendes Licht detektiert. Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und ausgegeben. Dieser wertet dabei aus, mit welchem zeitlichen Abstand Signale an den drei Detektoren ankommen. Wird sowohl an Detektor A als auch an Detektor B innerhalb des eingestellten Koinzidenzfensters $\tau = 1\text{ ns}$ Licht detektiert, wird dies als ein gleichzeitiges Ereignis, eine Koinzidenz $A \cap B$, interpretiert und vom Computer als solche ausgegeben. Analog erfolgt die Ausgabe der Koinzidenzen $F \cap B$ für gleichzeitige Ereignisse an den Detektoren F und B und der Dreifach-Koinzidenzen $A \cap F \cap B$, wenn innerhalb von $\tau = 1\text{ ns}$ an allen drei Detektoren Licht detektiert wird.



Video: Versuch 1

Im Versuch zeigt sich, dass in einer ähnlichen Größenordnung Koinzidenzen $A \cap B$ und Koinzidenzen $F \cap B$ detektiert werden. Die Zählrate der Dreifach-Koinzidenzen $A \cap F \cap B$ ist deutlich niedriger. Dies bedeutet, dass angekündigte Ereignisse an Detektor A und angekündigte Ereignisse an Detektor F nur selten gleichzeitig stattfinden.

Achtung! Da die Zählrate der Dreifach-Koinzidenzen $A \cap F \cap B$ gering, aber nicht 0, ist, kann nicht direkt gefolgert werden, dass Licht aus unteilbaren Photonen besteht. Nimmt man wie beim Photoeffekt an, dass Licht aus unteilbaren kleinsten Energieportionen besteht, lässt sich das Experiment so deuten, dass die Photonen unteilbar sind und deshalb nur wenige Dreifach-Koinzidenzen auftreten.

Die Zählraten müssen allerdings genauer betrachtet werden, um auszuschließen, dass es sich vielleicht doch um zufällige Prozesse im Detektor handelt, die diese Zählraten erklären können.

Jede Koinzidenz $A \cap B$ besteht aus einem Ereignis an Detektor B und einem Ereignis an Detektor A. Genauso entspricht jede Koinzidenz $F \cap B$ einem Ereignis an Detektor B und einem Ereignis an Detektor F und jede Dreifach-Koinzidenz $A \cap F \cap B$ einem Ereignis an Detektor B und einer Koinzidenz $A \cap F$. Daher können Wahrscheinlichkeiten dafür angegeben werden, dass ein Ereignis an Detektor B gleichzeitig auch Teil einer der Koinzidenzen ist. Mit den Zählraten n_B für die Ereignisse an Detektor B, $n_{A \cap B}$ für die Koinzidenzen $A \cap B$, $n_{F \cap B}$ für die Koinzidenzen $F \cap B$ und $n_{A \cap F \cap B}$ für die Dreifach-Koinzidenzen $A \cap F \cap B$ können diese Wahrscheinlichkeiten berechnet werden:

$$P_{A \cap B} = \frac{n_{A \cap B}}{n_B}$$

$$P_{F \cap B} = \frac{n_{F \cap B}}{n_B}$$

$$P_{A \cap F \cap B} = \frac{n_{A \cap F \cap B}}{n_B}$$

Beispiel: Wenn an Detektor B 100 Ereignisse pro Sekunde detektiert werden und 10 Koinzidenzen $A \cap B$ pro Sekunde detektiert werden, also bei 10 der 100 Ereignisse pro Sekunde an Detektor B gleichzeitig ein Ereignis an Detektor A detektiert wird, ist die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis an Detektor B Teil einer Koinzidenz zu sein:

$$P_{A \cap B} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

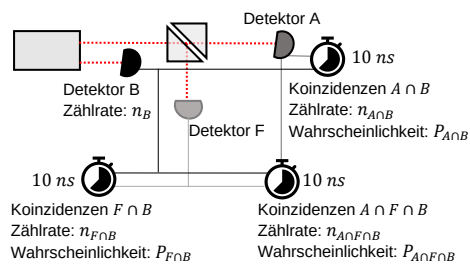


Abbildung 5: Übersicht über die Zählraten und Wahrscheinlichkeiten im Aufbau

Wenn die Zählraten an den Detektoren nun durch zufällige Ereignisse in den Detektoren bestimmt würden, wären die Ereignisse in den verschiedenen Detektoren unabhängig voneinander und es müsste gelten:

$$P_{A \cap F \cap B} = P_{A \cap B} \cdot P_{F \cap B}$$

Beispiel: Wenn durchschnittlich bei jedem zehnten Ereignis an Detektor B gleichzeitig ein Ereignis an Detektor A detektiert wird und bei jedem 15. Ereignis an Detektor B gleichzeitig ein Ereignis an Detektor F detektiert wird, wäre zu erwarten, dass im Durchschnitt bei jedem 150. Ereignis an Detektor B gleichzeitig auch ein Ereignis an Detektor A und ein Ereignis an Detektor F detektiert wird.

Durch Umstellen der obigen Formel müsste gelten:

$$\frac{P_{A \cap F \cap B}}{P_{A \cap B} \cdot P_{F \cap B}} = 1$$

Mit dem Einsetzen der Gleichungen für die Wahrscheinlichkeiten ergibt sich:

$$\frac{\frac{n_{A \cap F \cap B}}{n_B}}{\frac{n_{A \cap B}}{n_B} \cdot \frac{n_{F \cap B}}{n_B}} = 1$$

Und gekürzt:

$$\frac{n_{A \cap F \cap B} \cdot n_B}{n_{A \cap B} \cdot n_{F \cap B}} = 1$$

Wenn die Zählraten aus Versuch 1 in diese Gleichung eingesetzt werden, ergibt sich allerdings:

$$\frac{n_{A \cap F \cap B} \cdot n_B}{n_{A \cap B} \cdot n_{F \cap B}} = \frac{12 \cdot 747945}{16506 \cdot 8747} \approx 0,06$$

$$\frac{n_{A \cap F \cap B} \cdot n_B}{n_{A \cap B} \cdot n_{F \cap B}} \ll 1$$

Das heißt, dass es deutlich weniger Dreifach-Koinzidenzen gibt, als erwartet würden, wenn zufällige Prozesse im Detektor die Zählraten bestimmten. Dieser Wert kann nur erklärt werden, wenn Licht aus unteilbaren Energieportionen, den Photonen, besteht.

Aus einer geringeren Anzahl an Dreifach-Koinzidenzen als zufällig zu erwarten wäre, folgt direkt die Existenz von unteilbaren Photonen.

Die Existenz der Photonen lässt sich in Versuch 1 nur zeigen, da die spezielle Photonenquelle verwendet wird. Würde im Versuch ein schwacher Laser genutzt, könnte die mögliche Erklärung

durch zufällige Prozesse im Detektor nicht ausgeschlossen werden. In dem Licht eines Lasers sind die Photonen zufällig verteilt. Insbesondere können mehrere Photonen in beliebig kurzen Zeitabständen detektiert werden. Es können 2 Photonen gleichzeitig an einem Strahlteiler ankommen, wobei

eines transmittiert (durchgelassen) und das andere reflektiert wird. Ob die Photonen im Lichtstrahl zufällig verteilt sind, oder der Detektor zufällig Ereignisse ausgibt, wäre dabei nicht unterscheidbar. Bei der angekündigten Photonenquelle werden Photonen in regelmäßigeren Abständen ausgesendet.

Angekündigte Photonenquelle:

$$P_{A \cap B \cap T} \ll P_{A \cap T} \cdot P_{B \cap T}$$

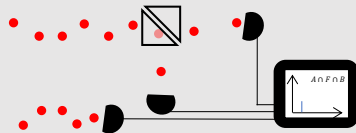
Es werden deutlich weniger Dreifach-Koinzidenzen detektiert, als durch Zufallsprozesse zu erwarten sind.

Kann klassisch nicht erklärt werden!

⇒ Photonen als unteilbare kleinste Energieportionen des Lichts existieren.

Quantenphysikalische Interpretation:

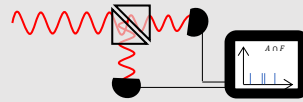
Einzelne Photonen (zeitlich getrennt) treffen auf den Strahlteiler und lassen sich nicht aufteilen.



Schwacher Laser:

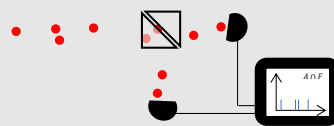
Es werden genauso viele Koinzidenzen detektiert, wie durch Zufallsprozesse zu erwarten sind.

Klassische Interpretation: Eine Lichtwelle trifft auf Detektor, der zufällig Ereignisse registriert.



Quantenphysikalische Interpretation:

Photonen sind im Licht zufällig verteilt, sodass auch mehrere in kurzen Abständen den Strahlteiler treffen können



Exkurs: Erzeugung und Detektion von Einzelphotonen

Jede Lichtquelle sendet Photonen aus, da Licht aus Photonen besteht. Für die Experimente wird eine Lichtquelle benötigt, die die Photonen so aussendet, dass das Verhalten einzelner Photonen untersucht werden kann. Eine solche Quelle ist die angekündigte Photonenquelle.

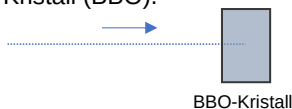
Die angekündigte Photonenquelle

In einer angekündigten Photonenquelle werden Paare von Photonen erzeugt. Dadurch, dass die Photonen paarweise ausgesendet und auch detektiert werden können, kann bei der Detektion unterschieden werden, ob es sich um Photonen handelt, die von der Quelle erzeugt wurden, oder ob diese z.B. aus dem Umgebungslicht stammen. An den Photonen eines solchen Paares lässt sich dann das Verhalten einzelner Photonen untersuchen. Die Photonenpaare werden bei dieser Quelle in einem Kristall erzeugt.

1.Schritt: Ein Laser (Pumplaser) sendet Photonen mit der Wellenlänge 405 nm aus.

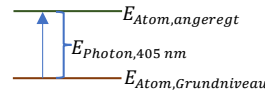


2.Schritt: Die Photonen treffen auf einen Kristall (BBO).

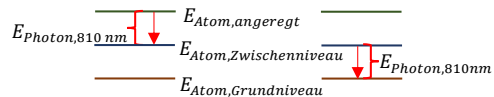


3.Schritt: Der Kristall absorbiert ein Photon und nimmt dessen Energie auf.

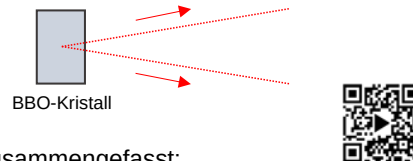
Energieniveau des Atoms:



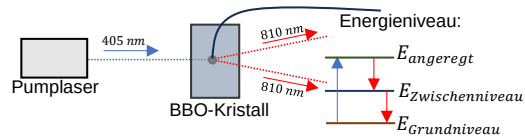
4.Schritt: Der Kristall gibt die Energie in zwei Schritten wieder ab. Dabei werden zwei Photonen der Wellenlänge 810 nm ausgesendet.



5.Schritt: Die Photonen (810 nm) verlassen den Kristall in verschiedene Richtungen.



Zusammengefasst:



Bei der Erzeugung der Photonen, also der Anregung und Abregung des Kristalls gelten Energie- und Impulserhaltung. Da die Energie eines Photons antiproportional zur Wellenlänge ist, ist die Wellenlänge der Photonen des Photonenpaares doppelt so groß, wie die der Pumpphotonen. Die ausgesendeten Photonen liegen auf einem Kegel,

wobei sich die Photonen eines Paares aufgrund der Impulserhaltung an den gegenüberliegenden Seiten des Kegels befinden.

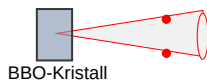


Abbildung 6: Der Emissionskegel am BBO
Die Detektoren decken nur einen kleinen Teil des Kegels ab, sodass nur ein geringer Anteil der in der Quelle erzeugten Photonen auch tatsächlich den Aufbau durchläuft und detektiert wird.

Die Detektion von Photonen mit Avalanche-Photodioden (APDs)

Die Detektion von Photonen nutzt den Photoeffekt, der in Abschnitt 6 genauer behandelt wird. Das Grundprinzip ist dabei, dass Photonen eine Energie und ein Impuls zugeschrieben werden, die diese an Elektronen abgeben können, wobei die Photonen absorbiert werden. Es wird also ein Photonen-Strom in einen elektrischen Strom umgewandelt. Elektrische Signale können gut weitergeleitet und mit Hilfe von Computern ausgewertet werden. Da als Photonenquellen bewusst Quellen genutzt werden, die verhältnismäßig wenige Photonen aussenden, wird durch den Photoeffekt nur an wenige Elektronen Energie übertragen und kein ausreichender Strom erzeugt, als dass dieser verarbeitet und ausgewertet werden kann.

Avalanche-Photodioden nutzen zunächst den Photoeffekt und verstärken dann das Signal, sodass eine Weiterverarbeitung möglich wird. „Avalanche“ ist Englisch und bedeutet Lawine. Diese ist namensgebend, da die Verstärkung der einer Schneelawine ähnelt.

Ein Photon, das detektiert wird, trifft auf ein Elektron in der Photodiode und wird absorbiert, wobei Energie und Impuls an das Elektron übertragen werden. Dieses Elektron trifft auf weitere Elektronen und gibt in Stoßprozessen Teile seiner Energie und seines Impulses an diese ab. Diese Elektronen stoßen wiederum mit anderen Elektronen, sodass die Anzahl der Elektronen, die sich durch den Detektor bewegen, immer größer wird. Dadurch wird auch das Signal größer.

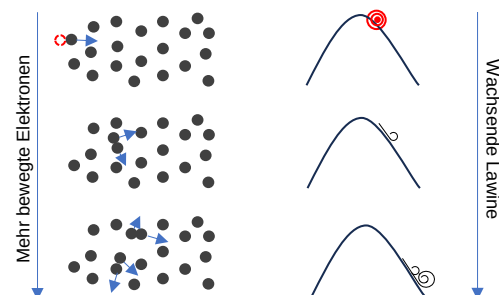


Abbildung 7: Analogie Elektronenlawine und Lawine

Aus dem gemessenen Strom kann eine Zählrate des Detektors bestimmt werden, die angibt wie viele Photonen detektiert wurden.

Der Quantenkoffer

Die Experimente, die in diesem Lehrgang eingesetzt werden, sind größtenteils mit dem Quantenkoffer durchführbar. Der Quantenkoffer besteht aus einem großen Bildschirm, an dem Messwerte angezeigt werden können, einem Spielfeld, auf dem mit optischen Bauteilen Experimente aufgebaut werden können, und Knöpfen, sowie einem Touchscreen zur Steuerung. Zudem

befinden sich verborgen im Inneren des Koffers eine angekündigte Photonenquelle für Experimente mit einzelnen Photonen und Justierlaser, mit denen mit klassischem Licht experimentiert werden kann. Zur Detektion des Lichts sind Avalanche-Photodioden eingebaut, die abhängig von der verwendeten Lichtquelle in verschiedenen Modi betrieben werden können.

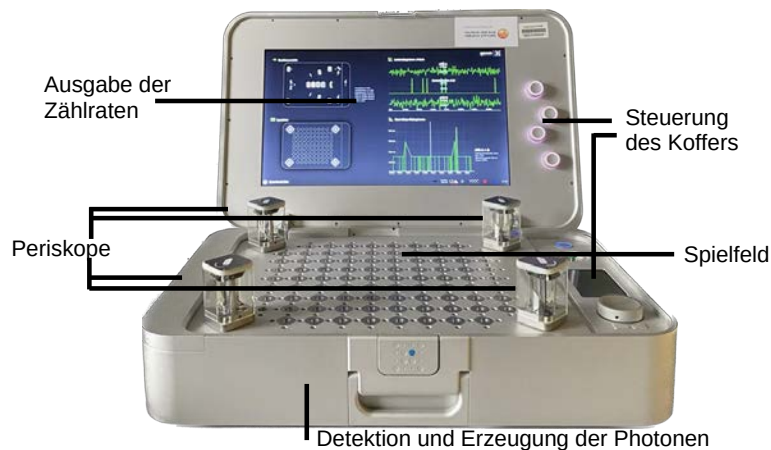


Abbildung 8: Der Aufbau des Quantenkoffers

Auf die Bedeutung verschiedener Diagramme zur Ausgabe der Zählraten, wird bei der Verwendung eingegangen. Standard ist die Ausgabe als Liniendiagramm, bei der die Höhe der Linie angibt, wie viel Licht, das heißt wie viele Photonen, detektiert wurden. Eine hohe Zählrate entspricht vielen Photonen, die detektiert wurden.

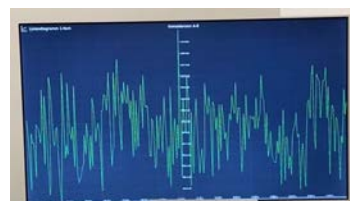


Abbildung 9: Das Liniendiagramm am Quantenkoffer

3 Die Wesenszüge der Quantenphysik

Nachdem mit Hilfe der Strahlteilerexperimente gezeigt werden konnte, dass Photonen als kleinste Energieportionen existieren, wird in diesem Abschnitt betrachtet, wie sich die Photonen als Quantenobjekte in Experimenten verhalten. Das Verhalten von Quantenobjekten wird durch die sogenannten Wesenszüge der Quantenphysik beschrieben. Die Wesenszüge sind, auch wenn sie hier am Beispiel von Photonen eingeführt werden, auf andere Quantenobjekte wie Elektronen übertragbar.

3.1 Die stochastische Vorhersagbarkeit

1. Wesenszug: Die stochastische Vorhersagbarkeit

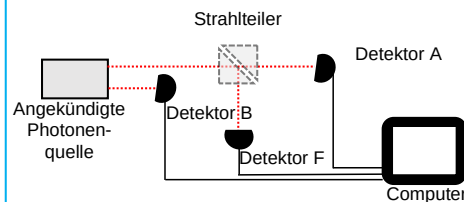
Einzelne Messergebnisse können in der Quantenphysik in der Regel nicht vorhergesagt werden. Es lassen sich jedoch Wahrscheinlichkeiten für den Ausgang eines Experiments angeben.

Während es in der klassischen Physik in der Regel Formeln gibt, mit denen der Ausgang von Experimenten berechnet und vorhergesagt werden kann, ist dies in der Quantenphysik nicht der Fall. Dies liegt nicht daran, dass die richtigen Formeln nur noch nicht gefunden worden sind. Vielmehr ist das Verhalten einzelner Quantenobjekte nicht direkt berechenbar und vorhersagbar. Dieser

Wesenszug lässt sich in Experimenten am Strahlteiler beobachten. Für ein einzelnes Photon, das auf einen 50/50-Strahlteiler trifft, kann nicht vorhergesagt werden, ob dieses an dem Strahlteiler transmittiert (durchgelassen) oder reflektiert wird. Es können allerdings Wahrscheinlichkeiten dafür angegeben werden, dass entweder eine Transmission oder eine Reflektion stattfindet.

Versuch 2: Das Verhalten von Einzelphotonen am Strahlteiler

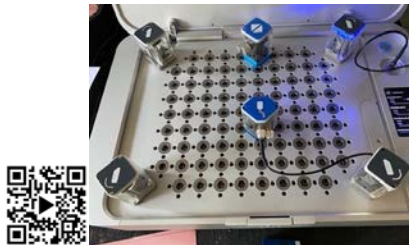
Aufbau:



Eine angekündigte Photonenquelle sendet aus zwei Ausgängen Photonen aus. Die Photonen aus einem Ausgang werden zur Ankündigung an Detektor B detektiert.

Die Photonen aus dem anderen Ausgang werden zunächst direkt an Detektor A detektiert und die Zählrate für die Koinzidenzen $A \cap B$ ausgegeben. Dann wird in den Strahlengang ein 50/50-Strahlteiler eingesetzt. Hinter den beiden Ausgängen des Strahlteilers werden mit den Detektoren A und F ankommende Photonen detektiert.

Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und die gleichzeitigen Ereignisse (innerhalb eines Koinzidenzfens-
ters $\tau = 1\text{ns}$) an den Detektoren werden als Koinzidenzen ausgegeben. Es werden zunächst mit einer hohen Intensität Photonen emittiert. Anschließend wird der Pumplaser so weit heruntergere-
gelt, dass nur noch einzelne Koinzidenzen $A \cap B$ und $F \cap B$ pro Sekunde angezeigt werden.



Video: Versuch 2

Bei einer hohen Intensität bleiben die Zählraten der Koinzidenzen (an den Detektoren gleichzeitig detektierte Photonen pro Sekunde) annähernd konstant. Wird der Strahlteiler eingesetzt, werden etwa gleich viele Photonen hinter den beiden Ausgängen des Strahlteilers detektiert. Die Zählraten der detektierten Photonen, die transmittiert bzw. reflektiert werden, ist dabei etwa halb so groß wie die Zählrate, die vor dem Einsetzen des Strahlteilers gemessen wird. Dieses Ergebnis entspricht der Eigenschaft des 50/50-Strahlteilers, dass die Wahrscheinlichkeit für ein

Photon reflektiert, bzw. transmittiert zu werden jeweils 50% beträgt. Bei einer niedrigen Intensität des Pumplasers können einzelne Ereignisse an den Detektoren beobachtet werden. Diese folgen keinem Muster. Es ist nicht vorher-sagbar, ob das nächste detektierte Photon transmittiert oder reflektiert wird, ob es an Detektor A oder Detektor F detek-tiert wird. Es zeigt sich im Experiment, dass für ein Photon am Strahlteiler nur die Wahrscheinlichkeit vorhergesagt werden kann, dass dieses transmittiert oder absorbiert wird, nicht aber welche Möglichkeit für das einzelne Photon realisiert wird.

Der Polarisations-Zustand

Die Eigenschaft der stochastischen Vorhersagbarkeit kann auch bei ande-ren Messungen an Photonen beobach-tet werden. Eine Möglichkeit neben der Transmission und Reflektion am Strahl-teiler ist zum Beispiel die Beobachtung des Verhaltens von Photonen an Pola-risationsfiltern. In der klassischen Phy-sik wird mit Polarisationsfiltern die Pola-risationsrichtung von Lichtwellen unter-sucht. Als Polarisation wird bei elektro-magnetischen Wellen die Schwin-gungsrichtung der Welle bezeichnet. Dabei kann Licht, wenn es unpolari-siert ist, also keine eindeutige Schwin-gungsrichtung aufweist an einem Pola-risationsfilter polarisiert werden, da

dieser nur den Teil des Lichts durchlässt, der eine Schwingungsrichtung parallel zur Messrichtung des Polarisationsfilters aufweist.

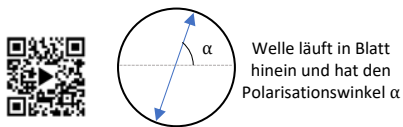


Abbildung 10: Darstellung der Polarisationsrichtung einer ins Blatt laufenden Welle am Kreis

Die Polarisationsrichtung kann durch einen Polarisationswinkel α angegeben werden (siehe Abbildung 10). In Abbildung 11 ist dargestellt, wie groß die Intensität des Lichts hinter dem Polarisationsfilter im Vergleich zur Intensität vor dem Polarisationsfilter ist, wenn vertikal polarisiertes Licht auf einen Polarisationsfilter mit verschiedenen Ausrichtungen trifft.

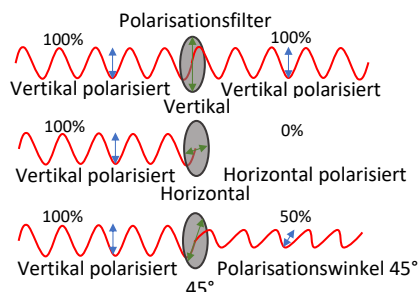


Abbildung 11: Licht am Polfilter

Dies lässt sich auf andere Polarisationsrichtungen übertragen. Insbesondere kann im Winkel 45° polarisiertes Licht zu 50% als vertikal und zu 50% als horizontal polarisiert betrachtet werden.

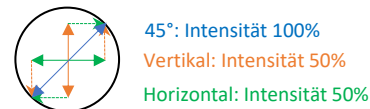


Abbildung 12: Aufteilung der Polarisation 45° in vertikal und horizontal

Für Photonen ist es nicht möglich von der Polarisation als einer Schwingungsrichtung einer Welle zu sprechen, da Photonen als Quantenobjekte keine Wellen sind. Das Konzept der Polarisation lässt sich daher nicht direkt auf Photonen übertragen. Photonen kann allerdings ein sogenannter *Polarisations-Zustand* zugeschrieben werden, wie der folgende Versuch 3 zeigt. Während sich für Licht als elektromagnetische Welle am Polarisationsfilter die Amplitude und die Polarisationsrichtung der Welle verändern, können einzelne Photonen am Strahlteiler entweder transmittiert oder absorbiert werden.

„Wenn Photonen auf einen Polarisationsfilter treffen, wird der Polarisations-Zustand der Photonen gemessen.“

Die Photonen, die dabei transmittiert werden, befinden sich im Polarisations-Zustand, der der Einstellung des Polarisationsfilters entspricht, zum Beispiel:

„Das Photon befindet sich im Polarisations-Zustand vertikal/ 90° oder horizontal/ 0° .“

In der angekündigten Photonenquelle befinden sich zwei BBO-Kristalle, die

miteinander verklebt sind. In dem ersten werden, bei Bestrahlung mit horizontal polarisiertem Licht des Pump lasers, Photonen im Polarisations-Zustand vertikal erzeugt. In dem zweiten werden, bei der Bestrahlung mit vertikal polarisiertem Laserlicht, Photonen im Polarisations-Zustand horizontal erzeugt.

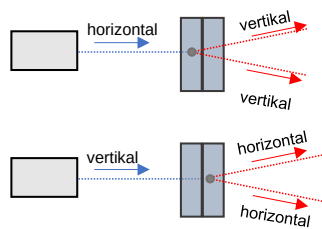
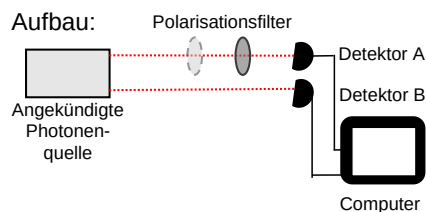


Abbildung 13: Polarisation am BBO-Kristall

Versuch 3: Photonen am Polarisationsfilter



Eine angekündigte Photonenquelle sendet aus zwei Ausgängen Photonen aus. Das Licht des Pump lasers ist zu Beginn horizontal polarisiert. Die Photonen aus einem Ausgang werden zur Ankündigung an Detektor B detektiert. Die Photonen aus dem anderen Ausgang treffen auf einen Polarisationsfilter. Hinter dem Polarisationsfilter

werden sie an Detektor A detektiert. Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und die gleichzeitigen Ereignisse (innerhalb eines Koinzidenzfensers $\tau = 1 \text{ ns}$) an den Detektoren werden als Koinzidenzen $A \cap B$ ausgegeben. Die Einstellung des Polarisationsfilters wird zwischen den Winkeln 0° , 45° , 90° und 135° variiert. Anschließend wird der Filter in Rotation versetzt. Die Polarisation des Lichts des Pump lasers an der Photonenquelle wird auf 45° umgeschaltet. Dabei bleibt der Polarisationsfilter in Rotation. Ein zweiter Polarisationsfilter wird vor den rotierenden Filter gesetzt und durch Variation der Einstellungen des zusätzlichen Polfilters zwischen den Winkeln 0° , 45° , 90° und 135° wird untersucht, welchen Einfluss das hintereinander setzen zweier Polarisationsfilter auf die Zählraten hat.



Video: Versuch 3

Während der Polarisationsfilter rotiert, wird die Zählrate in einem Polardigramm in Abhängigkeit von dem eingestellten Winkel betrachtet.

Im Polardiagramm wird die Zählrate des Detektors für eine bestimmte Einstellung des Polarisationsfilters als ein Punkt im Winkel der Einstellung des Polarisationsfilters aufgetragen, wobei der Abstand zum Zentrum die Zählrate angibt (Abbildung 14).



Abbildung 14: Polardiagramm

Wenn das Licht des Pumplasers horizontal polarisiert ist, wird eine maximale Zählrate bei der Messung des Polarisations-Zustands vertikal $|V\rangle$ gemessen. Für die vertikale Einstellung des Polarisationsfilters sind die Punkte in großem Abstand zum Zentrum aufgetragen. Dies bedeutet, dass die Zählrate für die vertikale Einstellung besonders groß ist. Bei der horizontalen Einstellung befinden sich die Punkte entsprechend nah am Zentrum. Für den Polarisationszustand horizontal $|H\rangle$ ist die Zählrate minimal (fast 0). Dies ergibt sich im Polardiagramm zu einer „8“. Bei anderen Winkeln werden einige Photonen am Polarisationsfilter transmittiert und einige absorbiert. Dies zeigt, dass bei der

Kurzschreibweise von Zuständen:

Um Zustände von Quantenobjekten kurz schreiben zu können, wird die Bra-Ket-Notation genutzt:

Strahlteiler: $|T\rangle$ „transmittiert“

$|R\rangle$ „reflektiert“

Polarisationsfilter:

$|H\rangle$ bzw. $|0^\circ\rangle$

„Polarisationszustand horizontal“

$|V\rangle$ bzw. $|90^\circ\rangle$

„Polarisationszustand vertikal“

$|\alpha\rangle$ „Polarisationszustand α “

Dabei werden die Informationen über die Zustände in Klammern $|\dots\rangle$ notiert.

ersten Einstellung der Quelle Photonen im Zustand $|V\rangle$ emittiert werden.

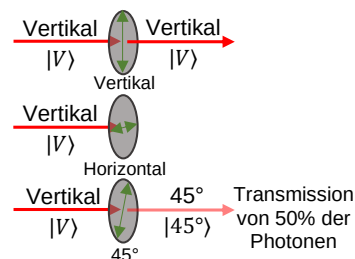


Abbildung 15: Polarisations-Zustände am Polarisationsfilter

Wenn das Licht des Pumplasers im Winkel 45° polarisiert ist, ist die Zählrate bei Rotation des Polarisationsfilters fast konstant. Es ergibt sich ein Kreis im Polardiagramm. Bei dieser Einstellung der Quelle ist der Polarisations-Zustand der Photonen somit unbestimmt. Für keine Einstellung des Polarisationsfilters kann

eindeutig vorhergesagt werden, ob ein Photon transmittiert oder reflektiert wird. Während im ersten Versuchsteil nur im vorderen Kristall Photonen erzeugt werden und daher der Polarisations-Zustand bestimmt ist, ist im zweiten Versuchsteil nicht bestimmt, ob ein Photon im vorderen oder hinteren Kristall erzeugt wird.

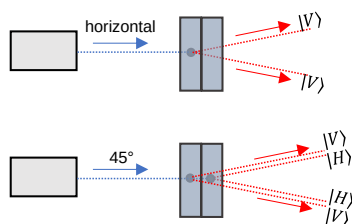


Abbildung 16: Polarisation am BBO

Werden im zweiten Teil des Versuchs zwei Polarisationsfilter hintereinander gesetzt, wobei der vordere auf eine feste Polarisation eingestellt ist und der zweite rotiert, zeigt sich im Polardigramm erneut eine „8“. Diese zeigt in die Richtung der Einstellung des ersten Polarisationsfilters. Am ersten Polarisationsfilter wird an den Photonen, deren Polarisations-Zustand vorher unbestimmt war, also ein Polarisations-Zustand ausgewählt und für weitere Messungen vorbereitet: *Präpariert*. Dieser Polarisationsfilter wird auch als *Präparator* bezeichnet. Mit dem zweiten Polarisationsfilter wird der Polarisations-Zustand der Photonen *analysiert*. Dieser wird auch als *Analysator* bezeichnet.

„An einem ersten Polarisationsfilter, dem Präparator wird der Polarisations-Zustand von Photonen präpariert, bevor er an einem zweiten Polarisationsfilter, dem Analysator analysiert wird.“

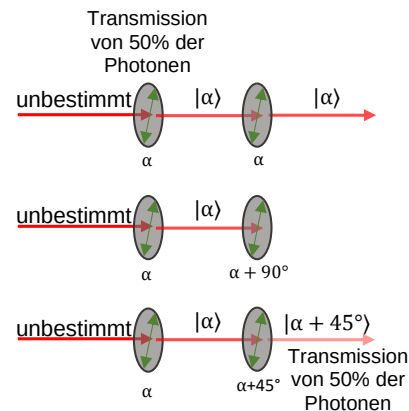


Abbildung 17: Präparation und Analyse an Polarisationsfiltern – Mehrfache Polarisationsmessung

Der Einfluss von zwei aufeinanderfolgenden Polarisationsfiltern, ist in Abbildung 17 skizziert. Es fällt auf, dass die Wahrscheinlichkeiten für Transmission und Absorption am Strahlteiler für Photonen genau den Anteilen des Lichtes als elektromagnetische Welle entsprechen, die transmittiert oder absorbiert werden. Dadurch können, auch wenn Polarisations-Zustände keine Schwingungsrichtung angeben, mathematische Beschreibungen aus der klassischen Betrachtung von Schwingungsrichtungen, wie die Aufteilung von Polarisationsrichtungen (siehe Abbildung 12) übernommen werden.

3.2 Die Eindeutigkeit von Messergebnissen

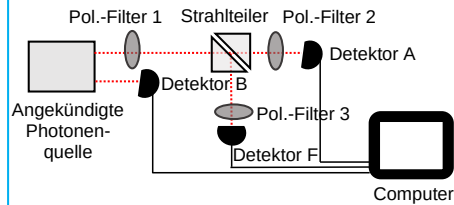
2. Wesenszug: Die Eindeutigkeit von Messergebnissen

Messungen zwingen Quantenobjekte einen eindeutigen Messwert anzunehmen, auch wenn diese vorher in einem Zustand waren, für den der Wert unbestimmt ist. Bei wiederholter Messung werden die Messwerte bestätigt.

Der Messung kommt in der Quantenphysik eine besondere Rolle zu. Bei einer Messung wird der Zustand eines Quantenobjektes eindeutig bestimmt, selbst wenn dieser vorher unbestimmt war. Werden hinter einem Strahlteiler Photonen detektiert, wird bestimmt, ob sich ein Photon in einem Zustand $|T\rangle$ transmittiert oder einem Zustand $|R\rangle$ reflektiert befindet, obwohl dies vorher, bis zur Messung unbestimmt ist. An Polarisationsfiltern wird der Polarisationszustand gemessen. Unabhängig davon, ob es einen bestimmten Polarisationszustand hatte und in welchem Polarisationszustand sich das Photon vorher befand, befindet es sich, wenn es transmittiert wird, in dem Polarisationszustand, der der Einstellung des Polarisationsfilters entspricht. Dies wurde bereits in Versuch 3 sichtbar. Besonders deutlich wird der zweite Wesenszug in Versuch 4, in dem die Analyse nach einem Strahlteiler in entgegengesetzten Winkeln stattfindet.

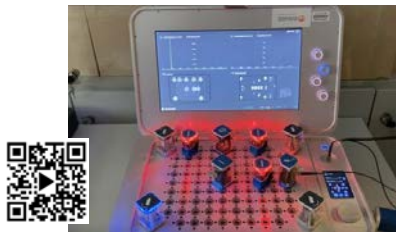
Versuch 4: Wiederholte Messung der Polarisations-Zustände

Aufbau:



Eine angekündigte Photonenquelle, bei der das Licht des Pumpasers im Winkel 45° polarisiert ist, sendet aus zwei Ausgängen Photonen aus, deren Polarisationszustand unbestimmt ist. Die Photonen aus einem Ausgang werden zur Ankündigung an Detektor B detektiert. Hinter dem anderen Ausgang befindet sich zunächst der Polarisationsfilter 1 und dahinter ein Strahlteiler. Hinter den beiden Ausgängen des Strahlteilers befindet sich jeweils ein Polarisationsfilter (2&3). Detektor A detektiert Photonen, die am Strahlteiler transmittiert werden. Detektor F detektiert Photonen, die am Strahlteiler reflektiert werden. Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und die gleichzeitigen Ereignisse (innerhalb eines Koinzidenzfensters $\tau = 10\text{ns}$) an den Detektoren werden als Koinzidenzen ausgegeben.

Für verschiedene Einstellungen von Polarisationsfilter 1 werden die Polarisationsfilter 2 und 3 genau wie Filter 1, oder entgegengesetzt zur Einstellung dessen, eingestellt.



Video: Versuch 4

Zu jeder Einstellung des Präparators (Polarisationsfilter 1) gibt es eine Einstellung der Analysatoren (Polarisationsfilter 2&3), sodass fast alle am Strahlteiler transmittierten Photonen Detektor A erreichen und fast keine reflektierten Photonen Detektor F erreichen und umgekehrt. Das Experiment zeigt, dass eine Messung den Zustand von Quantenobjekten eindeutig festlegt und sich bei erneuter Messung bestätigen lässt.

Werden die Zustände $|V\rangle$ vertikal, oder $|H\rangle$ horizontal an Filter 1 präpariert, erreichen die Photonen bei gleicher Einstellung der Analysatoren die Detektoren. Bei entgegengesetzten Einstellungen werden sie an den Polarisationsfiltern absorbiert.

Für die präparierten Zustände $|45^\circ\rangle$ und $|-45^\circ\rangle$ gilt im transmittierten Strahlengang, der an Detektor A detektiert wird, dasselbe. Im reflektierten Strahlengang, der an Detektor F detektiert wird, tritt, für die präparierten Zustände $|45^\circ\rangle$ und $|-45^\circ\rangle$, an Polarisationsfilter 3

Transmission bei entgegengesetzter Einstellung und Absorption bei gleicher Einstellung, wie am Präparator, auf.

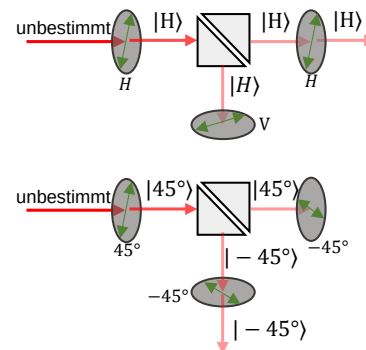


Abbildung 18: Wiederholte Messung des Polarisations-Zustands hinter einem Strahlteiler

Dies liegt daran, dass bei Spiegelungen aus dem Polarisations-Zustand $|\alpha\rangle$ der Polarisations-Zustand $|- \alpha\rangle$ wird. Dabei gilt: $|H\rangle = |-H\rangle$, $|V\rangle = |-V\rangle$, $|-45^\circ\rangle = |45^\circ + 90^\circ\rangle$ und $|45^\circ\rangle = |-45^\circ + 90^\circ\rangle$.

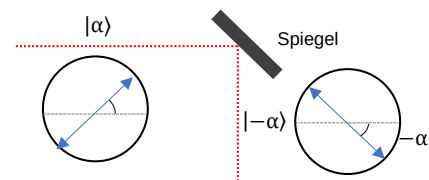


Abbildung 19: Änderung des Polarisations-zustands bei einer Reflexion

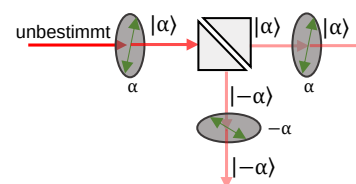


Abbildung 20: Polarisations-Zustände in Versuch 4 für beliebige Winkel

3.3 Die Fähigkeit zur Interferenz

3. Wesenszug: Die Fähigkeit zur Interferenz

Einzelne Quantenobjekte können mit sich selbst interferieren, wenn es mehr als eine klassische Möglichkeit gibt ein Messergebnis zu erhalten.

Mit den Experimenten an Strahlteilern konnte gezeigt werden, dass Quantenobjekte als kleinste Energiepakete nicht zerlegt werden können und, dass der Ausgang von Experimenten mit einzelnen Quantenobjekten dem Zufall unterliegt. Bei Photonen als Lichtquanten stellt sich nun die Frage, wie dies mit den bisherigen klassischen Vorstellungen von Licht verbunden werden kann. Klassisch wurde Licht als elektromagnetische Welle beschrieben. Licht hat bei der Überlagerung mehrerer Lichtwellen die Fähigkeit zur Interferenz. Es stellt sich daher die Frage, ob und wie sich diese Eigenschaft auch bei Quantenobjekten, insbesondere bei Photonen bemerkbar macht.

Interferenz kann zum Beispiel in Interferometern und Experimenten am Doppelspalt oder Gitter beobachtet werden. In einem Mach-Zehnder-Interferometer wird einfallendes Licht an einem ersten Strahlteiler aufgeteilt und an einem zweiten wieder überlagert (Abbildung 21). Zusätzlich befinden sich in den beiden möglichen Wegen Glaskeile.

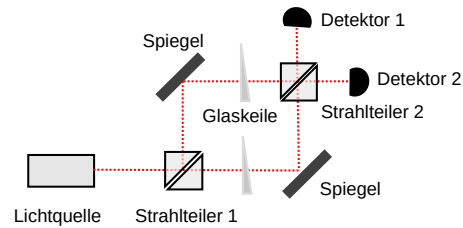


Abbildung 21: Schematischer Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers mit Glaskeilen

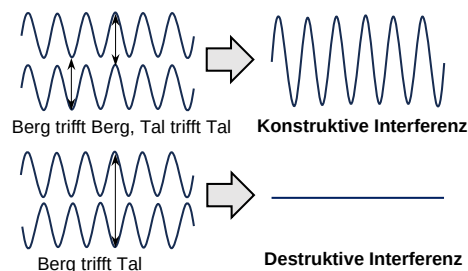


Abbildung 22: Konstruktive und destruktive Interferenz

Da die Lichtgeschwindigkeit in Glas geringer als in Luft ist, führt eine dickere Glasschicht zu einer längeren Laufzeit des Lichts und der Photonen. So entstehen Laufzeitunterschiede zwischen den verschiedenen Wegen zwischen den Strahlteilern, je nachdem wie dick die Glasschichten in den beiden Wegen sind (Abbildung 23). Mit den Glaskeilen kann die optische Weglänge variiert werden.

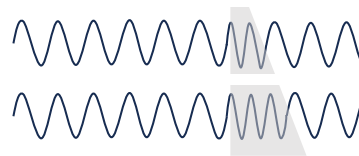


Abbildung 23: Laufzeitunterschiede am Glaskeil

Durch die Glaskeile wird zwischen den beiden Wellen die Phase verschoben. Die Phase gibt an, in welcher Position die Welle gerade ist. Eine Welle schwingt abwechselnd nach oben und unten. Es handelt sich um einen sich immer wiederholenden Prozess. Daher kann dies als Phase an einem Kreis dargestellt werden. Einer Position der Welle wird ein Winkel zugeordnet:

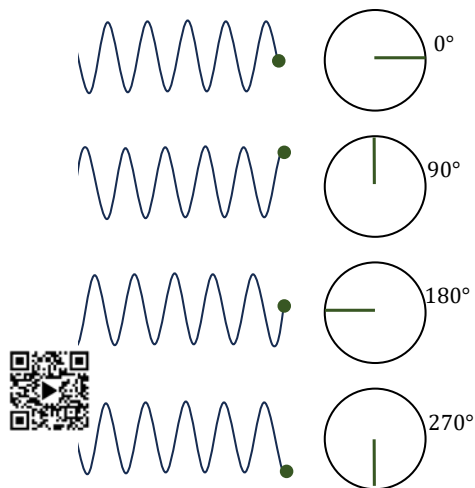


Abbildung 24: Die Phase einer Welle

Werden nun die Glaskeile verwendet verschieben diese die Phasen der Wellen. Die Phasen ändert sich auch in Glas mit der gleichen Geschwindigkeit, allerdings ist der Ort, an dem diese zu einem bestimmten Zeitpunkt ist, je nach Einstellung des Glaskeils eine andere.

Durch den Einsatz von Glaskeilen ist es nicht notwendig die Spiegel zu

bewegen, um Wegunterschiede zu variieren und die Interferenz zu untersuchen.

Da einzelne Quantenobjekte nicht aufgeteilt werden können, ist es für diese, in Abgrenzung zur klassischen Interferenz von Wellen, nicht sinnvoll von einer Aufteilung und Überlagerung zu sprechen. Stattdessen werden die verschiedenen klassisch möglichen Wege benannt, die es gibt, dass ein Photon an einem Detektor detektiert wird:

„Um ein Photon an Detektor 1 zu detektieren, gibt es die Möglichkeit, dass dieses von beiden Strahlteilern transmittiert, oder von beiden Strahlteilern reflektiert wird.“ Als Zustand lässt sich dies wie folgt schreiben: $|TT + RR\rangle$.

„Um ein Photon an Detektor 2 zu detektieren, gibt es die Möglichkeit, dass dieses von jeweils einem Strahlteiler transmittiert und einem Strahlteiler reflektiert wird.“ Als Zustand lässt sich dies wie folgt schreiben: $|RT + TR\rangle$.

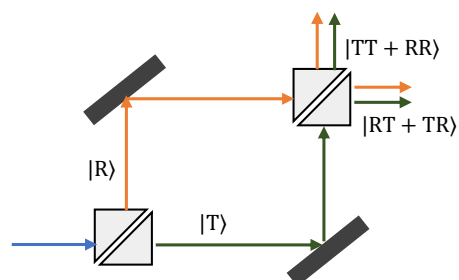
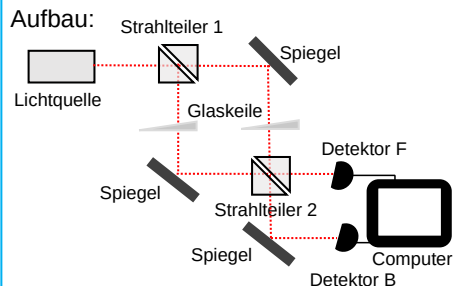


Abbildung 25: Mögliche Wege im Interferometer

Versuch 5: Einzelphotonen im Mach-Zehnder-Interferometer



Der Versuch wird mit verschiedenen Lichtquellen durchgeführt. Zunächst wird er mit einem sichtbaren Laser durchgeführt. Dabei wird ein Detektor durch ein Blatt Papier ersetzt, um das Licht, welches sonst vom Detektor gemessen wird, sehen zu können. Dann wird der Detektor wieder eingesetzt und die Zählrate gemessen. Im Anschluss wird die angekündigte Photonenquelle ohne Ankündigung verwendet.

Das von den Lichtquellen ausgesendete Licht wird in ein Mach-Zehnder-Interferometer geschickt. An den Ausgängen des Interferometers wird das einfallende Licht (die Photonen) detektiert und als Zählrate ausgegeben. Mit Hilfe der Glaskeile wird die optische Weglänge in den beiden Strahlengängen des Interferometers variiert.

(Auf die Ankündigung der Photonen wird hier verzichtet. Stattdessen wird, da bekannt ist, dass Licht aus Photonen besteht, die höhere Zählrate ohne Ankündigung verwendet.)



Video: Versuch 5

Bei der Verwendung des sichtbaren Lasers zeigt sich auf dem Blatt Papier ein Kreis, welcher abwechselnd hell und dunkel wird, während ein Glaskeil verfahren wird, sodass sich die Dicke des Glaskeils, die vom Licht durchlaufen wird, verändert. Es tritt Interferenz auf. In den Zählraten zeigt sich dies in Form einer wellenförmig abwechselnd maximalen und minimalen Zählrate. Die Zählraten an den beiden Detektoren sind so verschoben, dass die Maxima an dem einen Detektor gleichzeitig mit den Minima am anderen Detektor auftreten.

Auch bei der Verwendung der Photonenquelle zeigen sich wellenförmige Interferenzmuster, bei denen Minima und Maxima an den beiden Detektoren entgegengesetzt auftreten (Abbildung 26). Für einzelne Photonen ist das Interferenzmuster allerdings räumlich begrenzt. Die Auslenkung der Minima und Maxima nimmt mit größeren Laufzeitunterschieden stark ab, sodass das Interferenzmuster auf einen kleinen Bereich begrenzt ist.

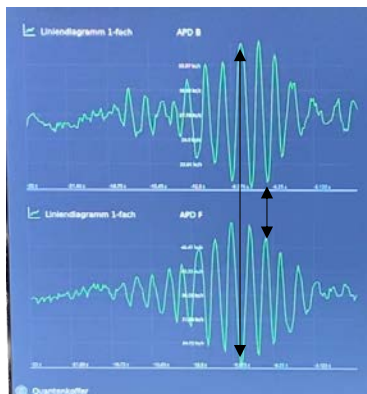


Abbildung 26: Interferenz von Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer

Es zeigt sich, dass Quantenobjekte und insbesondere Photonen die Fähigkeit haben mit sich selbst zu interferieren. Daraus folgt, dass Photonen keine bestimmten klassischen Wege gehen. Der Zustand eines Photons am Strahlteiler reflektiert $|R\rangle$, oder transmittiert $|T\rangle$ ist zunächst unbestimmt und wird erst mit der Detektion am Detektor gemessen. Wenn der Zustand am Strahlteiler festgelegt würde, könnte es nicht zu einer Überlagerung von Zuständen kommen, die für das Auftreten des Interferenzmusters notwendig ist.

„Wenn es mehrere ununterscheidbare klassische Wege gibt, die zu einem Messergebnis führen, realisiert das Quantenobjekt keinen dieser Wege. Photonen nehmen keine Wege.“

„Es ist objektiv unbestimmt, auf welchem Weg ein Photon zum Detektor gelangt.“

Vielmehr beeinflussen die unterschiedlichen Möglichkeiten im Aufbau, zu demselben Messergebnis zu gelangen, die Wahrscheinlichkeit für die Messung dessen. Dies spiegelt sich in der Detektion des Interferenzmusters wider, während der Ort des Photons vor der Detektion unbestimmt ist.

Dieser Wesenszug hat große Auswirkungen auf die Beschreibung von Quantenobjekten. Während es zuvor ausreichte, einzelne Wahrscheinlichkeiten für das Verhalten an optischen Bauteilen anzugeben und gegebenenfalls zu multiplizieren, bedeutet diese Fähigkeit zu Interferenz, dass sich Wahrscheinlichkeiten in Form von Interferenz überlagern können. Dies wird in der theoretischen Beschreibung so gelöst, dass die Wahrscheinlichkeit für die Detektion bestimmter Zustände durch das Betragsquadrat einer Wellenfunktion ψ angegeben wird.

$$P(x, t) = |\psi(x, t)|^2$$

Wellen haben die Möglichkeit zu interferieren, wodurch die Interferenz einzelner Quantenobjekte, wie zum Beispiel von Photonen am Strahlteiler mit Hilfe der Wellenfunktion beschrieben werden kann. Da die Wellenfunktion im allgemeinen sämtliche Eigenschaften der Quantenobjekte beschreibt, kann diese nicht mit einfachen Mitteln berechnet werden, um die Wahrscheinlichkeiten

für den Ausgang eines Experimentes anzugeben. Soll durch die Wellenfunktion nur die Wahrscheinlichkeit, ein Quantenobjekt zu einer festen Zeit an einem bestimmten Ort zu detektieren, beschrieben werden, ähnelt die Wellenfunktion dem Interferenzmuster aus Versuch 5:

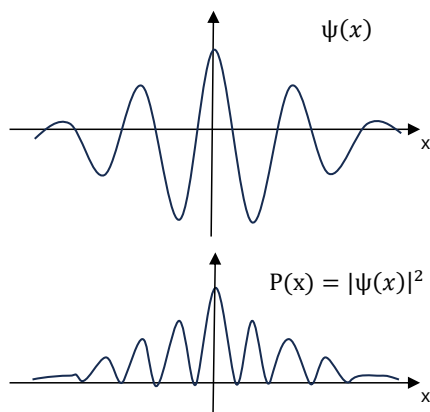


Abbildung 27: Wellenfunktion und Wahrscheinlichkeit

Im Interferometer wird die Wellenfunktion am ersten Strahlteiler aufgeteilt und am zweiten wieder überlagert, woraus sich Wahrscheinlichkeiten zur Detektion ergeben. An dieser Stelle wird deutlich, dass die Vorstellung von Photonen als eine Art Teilchen, wie es der Lichtquantenhypothese entspricht nicht weitergeführt werden kann, sondern angepasst werden muss. Teilchen könnten sich nicht aufteilen und nicht interferieren. Gleichzeitig werden Photonen als Energieportionen emittiert und detektiert.

Dies ließe sich in einer Abbildung wie folgt darstellen: Bei der Emission und Detektion werden Photonen wie Teilchen betrachtet, während ihr Verhalten dazwischen durch Wellenfunktionen beschrieben wird, die die Wahrscheinlichkeiten für bestimmte Messergebnisse beschreiben.

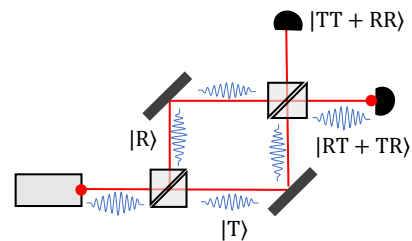


Abbildung 28: Wellenfunktion im Mach-Zehnder-Interferometer

Das Photon: Zweite Modellvorstellung

Ein Photon ist die kleinste, unteilbare Energieportion von Licht, die nur als Ganzes detektiert werden kann. Photonen werden auch als Lichtquanten bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeiten für die Messung der Photonen in einem bestimmten Zustand werden durch eine Wellenfunktion ψ beschrieben, da die Wahrscheinlichkeiten interferieren können: $P = |\psi|^2$.



Achtung!: Photonen sind weder Wellen noch Teilchen, aber in Kombination kann dieses Modell das Verhalten von Photonen gut wiedergeben.

3.4 Die Komplementarität

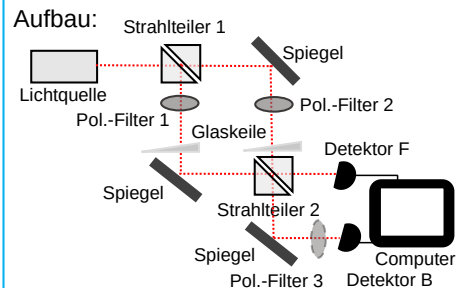
4. Wesenszug: Die Komplementarität

Die Beobachtung einer Interferenz und die Unterscheidbarkeit klassischer Wege, die zu demselben Messergebnis führen, schließen sich gegenseitig aus.

Am Mach-Zehnder-Interferometer kann beobachtet werden, dass bei einzelnen Photonen im Interferometer, mit mehreren ununterscheidbaren klassischen Wegen zu den Detektoren Interferenz auftritt. Nun soll betrachtet werden, welchen Einfluss die Ununterscheidbarkeit der klassischen Wege auf die Interferenz hat. Zur Unterscheidbarkeit wird der bereits in Versuch 3 und 4 verwendete Polarisations-Zustand genutzt. Wenn die Polarisationsfilter in den Winkeln α und $\alpha + 90^\circ$ eingestellt sind, ist eindeutig unterscheidbar durch welchen ein Photon gekommen ist, an welchem es präpariert wurde. Bei der Analyse mit einem dritten Polarisationsfilter würden bei der Einstellung α die Photonen im Zustand $|\alpha\rangle$ transmittiert und die im Zustand $|\alpha + 90^\circ\rangle$ absorbiert, während es bei einer Einstellung des analysierenden Polarisationsfilters von $\alpha + 90^\circ$ zum entgegengesetzten Verhalten kommen würde. Eine Einstellung von $\alpha + 45^\circ$ oder $\alpha - 45^\circ$ hingegen, würde für beide Einstellungen die Hälfte der Photonen durchlassen und kann die Unterscheidbarkeit wieder aufheben.

24

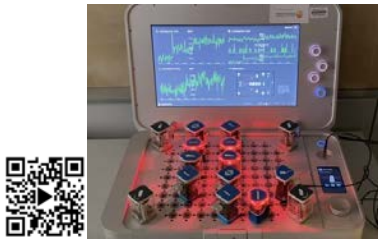
Versuch 6: Einfluss der Welcher-Weg-Information



Die angekündigte Photonenquelle sendet Photonen, die sich im Polarisations-Zustand $|V\rangle$ (vertikal) befinden aus. Im Strahlengang befindet sich ein Mach-Zehnder-Interferometer, bei dem in die verschiedenen klassischen Wege jeweils ein Polarisationsfilter eingesetzt ist. An den Ausgängen des Interferometers werden die ankommenden Photonen detektiert und als Zählrate ausgegeben. Vor Detektor B wird ausschließlich für die letzte Messung ein dritter Polarisationsfilter eingesetzt. Mit Hilfe der Glaskeile wird die optische Weglänge in den beiden Strahlengängen des Interferometers variiert, um das Auftreten eines Interferenzmusters zu untersuchen. Die Kombinationen für die Einstellungen der verschiedenen Polarisationsfilter kann Tabelle 1 entnommen werden. (Auf die Ankündigung der Photonen wird hier verzichtet. Stattdessen wird, da bekannt ist, dass Licht aus Photonen besteht, die höhere Zählrate ohne Ankündigung verwendet.)

Pol.-Filter 1	Pol.-Filter 2	Pol.-Filter 3
V bzw. 90°	V bzw. 90°	-
45°	45°	-
45°	-45°	-
45°	-45°	H bzw. 0°

Tabelle 1: Einstellungen der Polarisationsfilter in Versuch 5



Video: Versuch 6

Es zeigen sich, bei gleicher Einstellung der Polarisationsfilter in den beiden klassischen Wegen im Interferometer, Interferenzmuster an beiden Detektoren. Dabei sind die Zählraten für den Fall, dass der Zustand $|45^\circ\rangle$ gemessen wird in etwa halb so groß wie bei der Messung des Zustands $|V\rangle$, was durch den von der Quelle erzeugten Polarisations-Zustand zu erklären ist. Wenn sich die Einstellungen der Polarisationsfilter um 90° unterscheiden, ist kein ausgeprägtes Interferenzmuster mehr zu beobachten. Da Rückstände eines Interferenzmusters sichtbar bleiben, kann ausgeschlossen werden, dass das Ausbleiben der Interferenz durch einen Stillstand der Glaskeile hervorgerufen wird. Die Wellenfunktionen scheinen nicht interferieren zu können. Wird der dritte Polarisationsfilter

eingesetzt, der zu den Einstellungen der Polarisationsfilter im Interferometer um 45° verdreht ist, wird erneut ein ausgeprägtes Interferenzmuster an Detektor B beobachtet, während am Detektor F weiterhin kein Interferenzmuster zu sehen ist. Bei diesem Interferenzmuster sind die Zählraten erneut halbiert, da nur die Hälfte der Photonen am dritten Polfilter transmittiert wird.

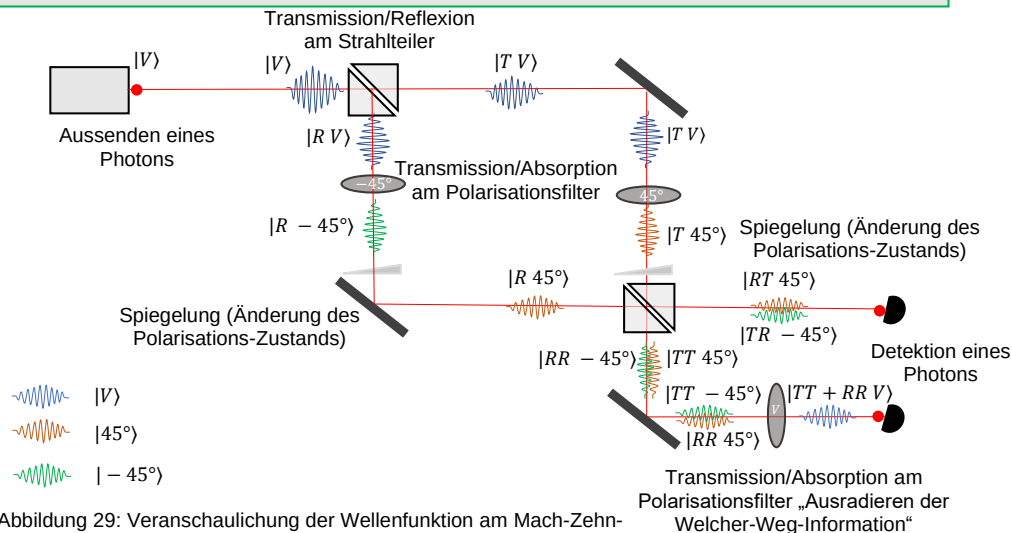
„Wenn die klassischen Wege im Interferometer unterscheidbar sind, liegt eine Welcher-Weg-Information vor. Wenn eine Welcher-Weg-Information vorliegt, wird kein Interferenzmuster beobachtet. Wenn ein Quantenradierer die Welcher-Weg-Information ausradiert, kann erneut Interferenz beobachtet werden.“

In Versuch 6 wirkt Polarisationsfilter 3 als Quantenradierer, indem er die Unterscheidbarkeit im Polarisations-Zustand ausradiert.

Dieser Versuch zeigt erneut, dass Photonen keine Wege nehmen, sondern für diese nur Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können. Photonen werden nicht transmittiert oder reflektiert und bekommen dann eine eindeutige Information, die sich von der Information im anderen Weg unterscheidet. Stattdessen gibt es die Möglichkeiten, dass ein Photon reflektiert oder transmittiert werden könnte und in den verschiedenen Wegen unterschiedliche

Informationen bekommen würde, wodurch bei der Überlagerung der Wellenfunktionen für Transmission und Reflexion keine Interferenzmuster entstehen.

stehen. Dadurch kann die mögliche Information wieder aufgehoben „ausstrahlt“ werden. Dies wird in Abbildung 26 veranschaulicht.



3.5 Die Verschränkung

5. Wesenszug: Die Verschränkung

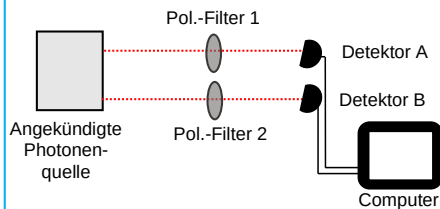
Paare bzw. Mehrteilchensysteme von Quantenobjekten können verschränkt sein. Eine Messung an einem Quantenobjekt bestimmt instantan die Eigenschaft eines anderen Quantenobjektes.

Wenn anstelle von einzelnen Quantenobjekten mehrere Quantenobjekte betrachtet werden, ist es möglich, dass diese nur durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben werden können. In manchen Fällen können mehrere Quantenobjekte nicht getrennt voneinander beschrieben werden. Solche Zustände, bei denen mehrere Quantenobjekte nur gemeinsam beschreiben

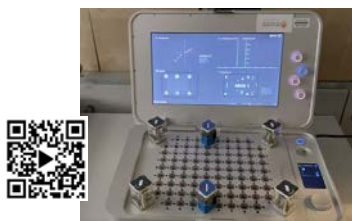
werden können, werden als verschränkte Zustände bezeichnet. Liegt ein Paar von Quantenobjekten in einem verschränkten Zustand vor, bestimmt die Messung an einem Quantenobjekt instantan (gleichzeitig) den Zustand, in dem sich das andere Quantenobjekt befindet. Eine Messung eines Quantenobjektes kann den Zustand eines anderen Quantenobjektes in großer Entfernung verändern. Einstein bezeichnete dies als „magische Fernwirkung“. In Versuch 7 wird untersucht, wie sich dieser Wesenszug zum Beispiel in Experimenten mit Photonenpaaren zeigt, die in ihrem Polarisations-Zustand verschränkt sind.

Versuch 7: Verschränkung von Photonen in deren Polarisation

Aufbau:



Eine angekündigte Photonenquelle, die in der Polarisation verschränkte Photonenpaare erzeugt, sendet aus zwei Ausgängen Photonen aus, wobei die Photonen eines Paares an verschiedenen Ausgängen ausgesendet werden. Hinter den beiden Ausgängen befindet sich jeweils ein Polarisationsfilter. Polarisationsfilter 2 wird in Rotation versetzt, während an Polarisationsfilter 1 nacheinander mit den Einstellungen V, 45°, H und -45° gemessen wird. Die Photonen werden an den Detektoren A und B detektiert. Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und die gleichzeitigen Ereignisse (innerhalb eines Koinzidenzfensters $\tau = 1\text{ns}$) an den Detektoren werden als Koinzidenzen ausgegeben.



Video: Versuch 7

Wenn in dem einen Strahlengang an Polarisationsfilter 1 in einem festen Winkel der Polarisations-Zustand gemessen wird, zeigt sich bei der Zahl der Koinzidenzen, in Abhängigkeit von der Einstellung von Polarisationsfilter 2, ein ähnliches Bild wie in Versuch 2, als mehrere Polarisationsfilter in einen Strahlengang gesetzt wurden. Es ergibt sich im Polardiagramm eine „8“, die in Richtung der Einstellung von Polarisationsfilter 1 ausgerichtet ist. An Polarisationsfilter 1 kann also der Polarisations-Zustand des einen Photons eines Paares gemessen werden, wodurch gleichzeitig der des zweiten Photons, welches an Polarisationsfilter 2 detektiert wird, präpariert wird. Dieses befindet sich nach der Messung des ersten Photons, ohne das an ihm selbst etwas gemessen wird in demselben Polarisations-Zustand. Das Einsetzen eines weiteren Polarisationsfilters hinter den Filtern 1 und 2 würde nur die maximale Zählrate verändern, die bei der Analyse mit Polarisationsfilter 2 erreicht wird.

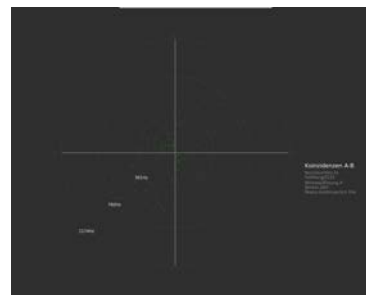


Abbildung 30: Polardiagramm bei der Messung in Versuch 6 (Pol.-Filter 1: 45°)

Die Ausrichtung der „8“ wird weiterhin durch die Einstellung von Polarisationsfilter 1 bestimmt. Dies zeigt, dass die Photonenpaare bis zur Messung in einem verschränkten Zustand sind und ab der Messung an Polarisationsfilter 1 getrennt voneinander beschrieben werden können.

„Bis zu einer Messung werden die verschränkten Photonenpaare durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben. Nach der Messung an Polarisationsfilter 1 können die Photonen durch einzelne Wellenfunktionen beschrieben werden.“

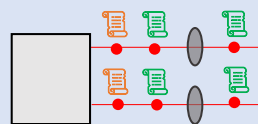
„Die erste Messung an einem Quantenobjekt eines verschränkten Paares bestimmt den Zustand des anderen Quantenobjektes. Danach sind diese unabhängig von einander.“

Die Grundlage für den Wesenszug der Verschränkung ist dabei bereits aus der klassischen Physik bekannt. So können zum Beispiel Erhaltungsgrößen, wie der Impuls und die Energie dazu führen, dass bei der Messung eines Ergebnisses an einem Quantenobjekt auch der Wert für das andere Quantenobjekt bestimmt wird. In der klassischen Physik gab es allerdings nicht die Möglichkeit, dass Eigenschaften zunächst unbestimmt sind und erst durch die Messung bestimmt werden. Daher gab es in der

klassischen Physik auch nicht eine solche Wirkung, die einer Informationsübertragung schneller als Lichtgeschwindigkeit entspricht.

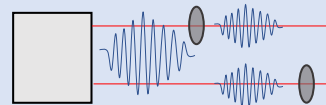
Da eine solche „Fernwirkung“, eine Wirkung die nicht *lokal* ist, nicht mit klassischen Vorstellungen vereinbar ist, gab es zwei Interpretationen.

Interpretation 1: Es gibt keine solche „Fernwirkung“, sondern das Verhalten ist vorherbestimmt. Die Quantenobjekte haben sogenannte „versteckte Parameter“, die das Verhalten dieser zum Beispiel am Polarisationsfilter bestimmen.



Photonen haben eine versteckte Information, die bestimmt, ob sie transmittiert werden.

Interpretation 2: Verschränkte Quantenobjekte können nur durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben werden. Die Physik kann nicht *lokal* beschrieben werden.



Bis zur Messung werden beide Photonen durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben.

Da diese Interpretationen grundlegende Unterschiede für das Verständnis der Physik haben, wurde untersucht, ob diese Theorien experimentell unterscheidbar sind. Dies ist durch die Betrachtung der Bell'schen Ungleichung möglich. Bell beschrieb 1964 zum ersten Mal eine Ungleichung, die nur für die erste Interpretation gültig ist. Eine vereinfachte Form der Bell'schen Ungleichung stellt die Form nach Wigner dar.

Für drei Eigenschaften: b, g, r , die erfüllt sein können, oder auch nicht: $\neg b, \neg g, \neg r$, gilt für die Wahrscheinlichkeiten, dafür dass Kombinationen von diesen erfüllt, oder nicht erfüllt sind:

$$p(b, g) \leq p(b, r) + p(g, \neg r)$$

„Die Wahrscheinlichkeit, dass b und g erfüllt sind, ist kleiner oder gleich der Wahrscheinlichkeit, dass b und r erfüllt sind, oder g und nicht r erfüllt sind.“

Dies erkennt man insbesondere, wenn man es wie in Abbildung 31 grafisch veranschaulicht. So sei zum Beispiel für Punkte im blauen Bereich Eigenschaft b erfüllt, für Punkte im gelben Bereich Eigenschaft g und für Punkte im roten Bereich Eigenschaft r . Die waagrecht schraffierte Fläche gibt an, dass die Eigenschaften b und g erfüllt sind und die

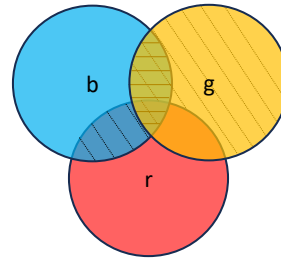


Abbildung 31: Verbildlichung der Bell'schen Ungleichung in der Wigner-Form

diagonal schraffierten Flächen geben die Kombinationen b, r und $g, \neg r$ an. Man erkennt, dass die waagrecht schraffierte Fläche vollständig in der diagonal schraffierten Fläche enthalten ist. Dies ergibt sich auch rechnerisch.

$$p(b, g) = p(b, g, r) + p(b, g, \neg r)$$

$$p(b, r) = p(b, r, g) + p(b, r, \neg g)$$

$$p(g, \neg r) = p(g, \neg r, b) + p(g, \neg r, \neg b)$$

Wählt man als Eigenschaften die Transmission von Photonen für bestimmte Winkel, erhält man:

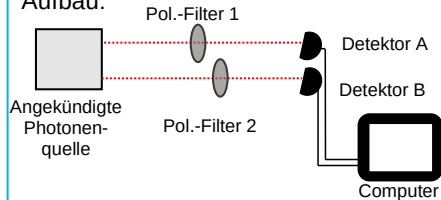
$$\cos^2(30^\circ) \leq \cos^2(60^\circ) + \sin^2(30^\circ)$$

$$\frac{3}{4} \leq \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Die Ungleichung ist verletzt und dadurch kann Interpretation 1 nicht korrekt sein. Die Physik kann nicht lokal beschrieben werden.

Versuch 8: Die Bell'sche Ungleichung

Aufbau:



Eine angekündigte Photonenquelle sendet, in ihrem Polarisations-Zustand verschränkte, Photonenpaare aus. Es werden für die folgenden Winkelkombinationen der Polarisationsfilter die Zählraten gemessen:

Eigenschaften	b, g	b, r	$g, \neg r$
Pol.-Filter 1	30°	30°	60°
Pol.-Filter 2	60°	90°	$0^\circ (\neg 90^\circ)$

Die Photonen werden an den Detektoren A und B detektiert. Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und die gleichzeitigen Ereignisse (innerhalb eines Koinzidenzfensters $\tau = 1ns$) an den Detektoren werden als Koinzidenzen ausgegeben.

Die Zählraten entsprechen Wahrscheinlichkeiten für die Eigenschaften:

b : Transmission bei 30°

g : Transmission bei 30°

r : Transmission bei 90°

Für die mittleren Zählraten ergibt sich:

$$n(30^\circ, 60^\circ) > n(30^\circ, 90^\circ) + n(60^\circ, 0^\circ)$$

$$345.000c/s > 80.000c/s + 210.000c/s$$

Das bedeutet, dass das Experiment die Bell'sche Ungleichung verletzt. Aufgrund der Schwankungen kann dieses Experiment die Verletzung der Bell'schen Ungleichung nicht eindeutig zeigen. Mit aufwändigeren Messungen und Berechnungen konnte die Verletzung der Bell'schen Ungleichung eindeutig nachgewiesen werden. Häufig wird die Verschränkung über den Polarisations-Zustand von Photonen gezeigt. Grundsätzlich muss eine Verschränkung allerdings nicht immer in dem Polarisations-Zustand bestehen. Es können andere Eigenschaften von Quantenobjekten verschränkt werden.



Video: Versuch 8

Die Wesenszüge der Quantenphysik zusammengefasst

1. Wesenszug: Die stochastische Vorhersagbarkeit

Einzelne Messergebnisse können in der Quantenphysik in der Regel nicht vorhergesagt werden. Es lassen sich jedoch Wahrscheinlichkeiten für den Ausgang eines Experiments angeben.

Für Photonen am Strahlteiler, oder Polarisationsfilter lassen sich Wahrscheinlichkeiten für die Transmission angeben. Für ein einzelnes kann aber nicht vorhergesagt werden, ob es transmittiert wird.

2. Wesenszug: Die Eindeutigkeit von Messergebnissen

Messungen zwingen Quantenobjekte einen eindeutigen Messwert anzunehmen, auch wenn diese vorher in einem Zustand waren, für den der Wert unbestimmt ist. Bei wiederholter Messung werden die Messwerte bestätigt.

Der Polarisations-Zustand eines Photons ist nach der Messung eindeutig bestimmt. Dies kann durch eine erneute Messung überprüft werden.

3. Wesenszug: Die Fähigkeit zur Interferenz

Einzelne Quantenobjekte können mit sich selbst interferieren, wenn es mehr als eine klassische Möglichkeit gibt ein Messergebnis zu erhalten.

Einzelne Photonen interferieren in einem Mach-Zehnder Interferometer mit sich selbst.

4. Wesenszug: Die Komplementarität

Die Beobachtung einer Interferenz und die Unterscheidbarkeit klassischer Wege, die zu demselben Messergebnis führen, schließen sich gegenseitig aus.

Werden Wege im Interferometer durch Polarisationsfilter unterscheidbar gemacht, tritt für Photonen keine Interferenz mehr auf.

6. Wesenszug: Die Verschränkung

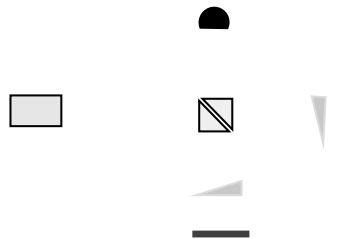
Paare bzw. Mehrteilchensysteme von Quantenobjekten können verschränkt sein. Eine Messung an einem Quantenobjekt bestimmt instantan die Eigenschaft eines anderen Quantenobjektes.

Zwei Photonen können in ihrem Polarisations-Zustand verschränkt sein. Die Messung an einem Photon bestimmt den Zustand des anderen. Die Bell'sche Ungleichung wird verletzt.

Aufgaben

Aufgabe 1:

Neben dem Mach-Zehnder Interferometer tritt für Licht als Welle auch an anderen Aufbauten Interferenz auf. Ein anderes Interferometer, in dem für Licht als Welle Interferenz beobachtet werden kann ist das Michelson Interferometer:



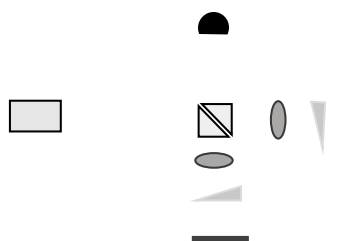
- Beschrifte den Aufbau zum Michelson Interferometer.
- Zeichne in Abbildung A die möglichen Wege klassischen Wege ein, entlang denen sich Licht ausbreiten kann.
- Benenne die Zustände, in denen sich ein Photon befinden würde, wenn es hinter den optischen Bauteilen detektiert würde.
- Entscheide begründet, ob für Einzelphotonen am Michelson-Interferometer Interferenz auftritt.

Lichtquelle, Detektor,
Spiegel, Glaskeil, Strahlteiler

Aufgabe 2:

Eine Lichtquelle sendet Photonen im Polarisations-Zustand $|H\rangle$ aus, die durch ein Michelson Interferometer geschickt werden.

- Gib mögliche Einstellungen der Polarisationsfilter an, für die aufgrund der Komplementarität keine Interferenz auftritt.
- Beschreibe, wie durch den Einsatz eines dritten Polarisationsfilters wieder Interferenz auftreten kann und zeichne die Möglichkeit in die Abbildung ein.
- Beschrifte die Zustände, in denen sich ein Photon hinter den optischen Bauteilen befinden würde.
- Zeichne ein, an welchen Stellen die Photonen lokalisiert sind und an welchen Stellen nur Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können, die durch eine Wellenfunktion beschrieben werden.



Die Wesenszüge der Quantenphysik für Elektronen

Die Wesenszüge der Quantenphysik beschreiben nicht nur das Verhalten von Photonen, sondern von allen Quantenobjekten. Die Wesenszüge zeigen sich daher auch in Experimenten mit Elektronen. An dieser Stelle betrachten wir ein Experiment mit Elektronen und untersuchen, inwiefern sich in diesem die Wesenszüge der Quantenphysik zeigen.

Experiment: Elektronen am Doppelspalt

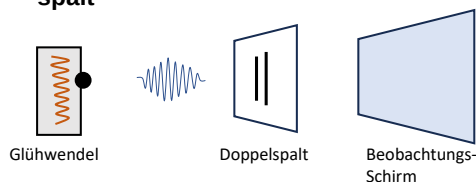


Abbildung 32: Elektronen am Doppelspalt

Es werden von einer Glühwendel Elektronen ausgesendet, deren Zustände als Quantenobjekt ab diesem Moment durch Wellenfunktionen beschrieben werden. Die Elektronen treffen auf einen Doppelspalt und werden hinter diesem an einem Beobachtungsschirm detektiert.

In dem Versuch zeigt sich, dass ein einzelnes Elektron, nur durch einen der Spalte geht, wenn an den Spalten gemessen wird, ob Elektronen durch diese hindurchgehen. Elektronen lassen sich nicht aufteilen.

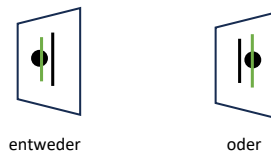


Abbildung 33: Unteilbarkeit von Elektronen am Doppelspalt

Wird dies nicht gemessen, kann auf dem Beobachtungsschirm ein Interferenzmuster beobachtet werden, wie es auch für Licht als Welle hinter einem Doppelspalt zu beobachten ist.

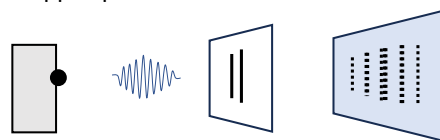


Abbildung 34: Interferenz von Elektronen am Doppelspalt

Dieses Interferenzmuster tritt nicht auf, wenn beobachtet wird, durch welchen Spalt die Elektronen kommen.

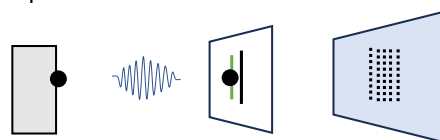


Abbildung 35: Keine Interferenz, wenn der Spalt gemessen wird

Aufgabe: Benenne welche Wesenszüge der Quantenphysik in diesem Versuch beobachtet werden können und beschreibe an welcher Stelle im Experiment diese beobachtet werden können.

4 Die Quantenkryptographie

Eine wichtige Anwendung der Quantenphysik liegt in der sogenannten Quantenkryptographie. Kryptographie beschäftigt sich grundsätzlich mit Verschlüsselungen. Ziel ist es möglichst sicher Daten austauschen zu können. Der sichere Datenaustausch spielt in einer digitalisierten Welt eine wichtige Rolle.

Die Quantenkryptographie bezeichnet den Teil der Kryptographie, der die Quantenphysik und deren Wesenszüge ausnutzt, um sichere Kommunikation zu ermöglichen. Durch die stochastische Vorhersagbarkeit, den Zufall in der Quantenphysik, ist es möglich zufällig generierte Schlüssel zu erstellen und diese abhörsicher zu übermitteln, so dass die eigentliche Nachricht, nachdem sie verschlüsselt wurde, bedenkenlos versendet werden kann.

Das BB84-Protokoll

Das bekannteste Protokoll, das einen sicheren Schlüsselaustausch ermöglicht, ist das BB84-Protokoll. Bei diesem versucht eine Absenderin Alice einen Schlüssel an einen Empfänger Bob zu senden, ohne dass dieser Schlüssel nicht abgehört werden kann, ohne dass der Angriff auffällt.

Ein Schlüssel ist grundsätzlich eine Abfolge von Nullen und Einsen, die zum Beispiel durch das Verhalten von Photonen am Strahlteiler zufällig bestimmt werden kann. Zur Präparation und Messung stehen Alice und Bob zwei verschiedene Messbasen zur Verfügung $(0,1)$ und $(0',1')$, in denen Alice präparieren und Bob analysieren kann. Diese können zum Beispiel in den Einstellungen (H, V) oder $(45^\circ, -45^\circ)$ von Polarisationsfiltern bestehen.

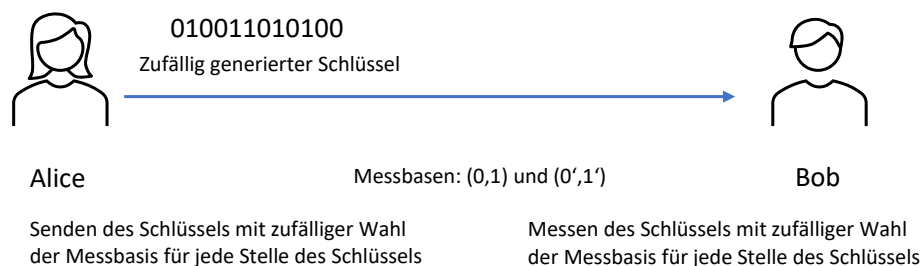


Abbildung 36: Ablauf des BB84-Protokolls

Das BB84-Protokoll gliedert sich in 6 Schritte:

Schritt 1: Alice erzeugt einen zufälligen Schlüssel (z.B. durch die Transmission oder Reflexion von Photonen am Strahlteiler).

Schritt 2: Alice erzeugt eine zufällige Reihenfolge für die Wahl der Messbasis (z.B. durch die Transmission oder Reflexion von Photonen am Strahlteiler).

Schritt 3: Bob erzeugt eine zufällige Reihenfolge für die Wahl der Messbasis (z.B. durch die Transmission oder Re-

flexion von Photonen am Strahlteiler).

Schritt 4: Alice sendet in der zufälligen Reihenfolge der Messbasen den zufälligen Schlüssel an Bob und der detektiert in seiner zufälligen Reihenfolge der Messbasen.

Schritt 5: Alice und Bob vergleichen einen Teil der gesendeten Informationen (bei der sie in der gleichen Basis gemessen haben).

Schritt 6: Alice sendet die eigentliche Nachricht verschlüsselt an Bob.

Die praktische Durchführung des BB84-Protokolls

Um zufällige Reihenfolgen, oder Schlüssel zu erzeugen kann das zufällige Verhalten von Photonen am Strahlteiler ausgenutzt werden: Reflexion entspricht dann einer 0 für den Schlüssel und der Messbasis (0,1) und Transmission einer 1 für den Schlüssel und der Messbasis (0',1'). Die Messbasen können als Messung des Polarisations-Zustandes umgesetzt werden. (0,1) entspricht der Messung in den Einstellungen (H,V) und (0', 1') der Messung in den Einstellungen (-45°,45°). Es werden wenige Photonen durch die Aufbauten in Abbildung 37 geschickt. Als Schlüssel und für die Reihenfolgen wird im linken Aufbau die Reihenfolge von reflektierten und transmittierten Photonen genommen. Bei dem Austausch des Schlüssels wird Polarisationsfilter 1 entsprechend der Stelle des Schlüssels in der zugehörigen Basis von Alice eingestellt, während Die Filter 2 und 3 entsprechend den beiden Möglichkeiten in der Basis von Bob eingestellt werden. Das erste detektierte Photon nach einschalten des Lasers wird als Messergebnis betrachtet.

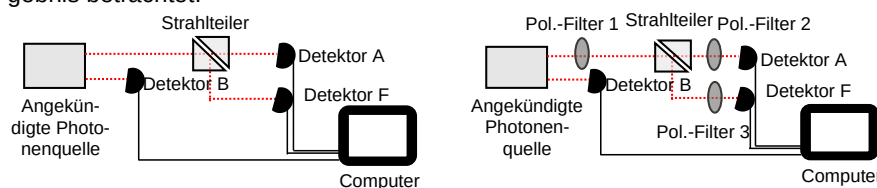


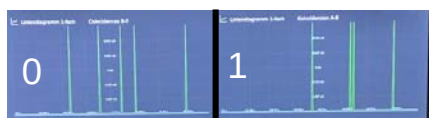
Abbildung 37: Aufbau zur Generierung von Zufallszahlen links und Aufbau zum Austausch des Schlüssels rechts

Die Durchführung des BB84-Protokolls kann in dem folgenden Video betrachtet werden:



Video: Das BB84-Protokoll

Schritt 1: Als Schlüssel ergibt sich:



Die ersten 6 Stellen des Schlüssels lauten:

011011

Schritt 2: Für die Messbasen von Alice ergibt sich:



(H,V) (H,V) (45°, -45°) (H,V) (H,V) (45°, -45°)

Das heißt Alice sendet:

H V -45° H V -45°

Schritt 3: Für die Messbasen von Bob ergibt sich:



(H,V) (45°, -45°) (H,V) (H,V) (H,V) (45°, -45°)

Schritt 4: Alice sendet H V -45° H V -45° und Bob misst in den Basen aus Schritt 3.

Bob empfängt als Schlüssel: 001011

Schritt 5: An allen Stellen, an denen Alice und Bob in der gleichen Basis gemessen haben stimmt das Ergebnis überein.

An einer Stelle, an der sie in verschiedenen Basen gemessen haben unterscheidet sich der Schlüssel. Dies ist für Alice und Bob nicht schlimm, da diese nur die Ergebnisse als Schlüssel nutzen, bei denen die Basis gleich war.

Diese unterschiedliche Stelle zeigt allerdings, warum das Protokoll abhörsicher ist. Aus der Messung von Polarisations-Zuständen ist bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit das richtige Ergebnis in der falschen Basis zu erhalten 50% ist. Außerdem stimmen bei der zufälligen Wahl der Basen nur in 50% der Fälle die Basen überein. Ein Angreifer würde also in 50% der Fälle in einer anderen Basis messen als Alice und Bob. Wenn er nun in einer falschen Basis misst und seinen Messwert in der falschen Basis an Bob sendet misst dieser in 50% der Fälle ein anderes Ergebnis, als es von Alice losgesendet wurde. Das heißt in 25% (50%·50%) der Fälle würde bei gleicher Basis von Alice und Bob ein falsches Ergebnis herauskommen. Dies würden diese bei dem Vergleich in Schritt 5 bemerken.

5 Systematisierung und Mathematisierung - Das Verhalten von Quantenobjekten beschreiben

Nachdem die Wesenszüge der Quantenphysik nun qualitativ betrachtet wurden, ist das Ziel in diesem Abschnitt, diese mathematisch zu beschreiben, um auch quantitativ Vorhersagen für Detektionsereignisse treffen zu können. Bereits bei der Betrachtung der Wesenszüge wurde eingeführt, dass einem Quantenobjekt eine Wellenfunktion zugeordnet ist, deren Betragsquadrat die Wahrscheinlichkeit für eine Detektion bei bestimmten Parametern angibt. Diese Wellenfunktion explizit zu bestimmen ist sehr aufwändig, sodass stattdessen die Veränderung von Wahrscheinlichkeiten durch bestimmte Bauteile im Experiment betrachtet wird, um die Wahrscheinlichkeit für verschiedene Ergebnisse angeben zu können. Dabei sind verschiedene Größen zu berücksichtigen, die sich aus den

Wesenszügen der Quantenphysik und den zugehörigen Experimenten ergeben (Tabelle 2).

In den Experimenten mit Photonen, anhand derer die Wesenszüge beobachtbar wurden, waren die wichtigsten Bauteile der Strahlteiler und der Polarisationsfilter.

An beiden Bauteilen tritt für ein einzelnes Photon eine Entweder-oder-Entscheidung auf. Ein Photon wird an einem Strahlteiler entweder transmittiert oder reflektiert und an einem Polarisationsfilter entweder transmittiert oder absorbiert. Wenn ein Photon auf ein solches Bauteil trifft, kann es sich anschließend in genau zwei Zuständen befinden.

Daher werden diese Systeme als Zwei-Zustand-Systeme bezeichnet.

Größe	Wesenszug	Funktion
Wahrscheinlichkeit	Stochastische Vorhersagbarkeit	Die Wahrscheinlichkeit soll richtig vorhergesagt werden können.
Phase der Wellenfunktion	Fähigkeit zur Interferenz	Der Phasenunterschied ist bei der Überlagerung von Wellen grundlegend für die Interferenz.
Polarisations-Zustand der Photonen	Komplementarität und Eindeutigkeit von Messergebnissen	Der Polarisations-Zustand ist eine Eigenschaft von Photonen, die gemessen werden kann und einen Einfluss auf das Auftreten eines Interferenzmusters hat.

Tabelle 2: Größen, die die Mathematisierung beeinflussen

5.1 Beschreibung des Strahlteilers

An einem Strahlteiler zeigen sich sowohl die Unteilbarkeit von Photonen als auch die Interferenz. Diese beiden Eigenschaften müssen durch die mathematische Beschreibung modelliert werden. Ein Strahlteiler besitzt zwei Eingänge und Ausgänge. Um den Schreibaufwand gering zu halten, wird das Verhalten von Photonen am Strahlteiler durch Zeilenvektoren mit zwei Einträgen beschrieben. In *Zeilenvektoren* werden die Einträge nebeneinander notiert. Die Betragsquadrate der Einträge geben dabei Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten eines Zustands an.

Die Eingänge eines Strahlteilers werden durch einen *Input-Vektor* $(x \ y)$ beschrieben. Dieser gibt an, dass mit der Wahrscheinlichkeit $P_{In\ 1} = |x|^2$ ein Photon am ersten Eingang (In 1) auf den Strahlteiler trifft und mit der Wahrscheinlichkeit $P_{In\ 2} = |y|^2$ ein Photon am zweiten Eingang (In 2) auf den Strahlteiler trifft. Die Ausgänge des Strahl-

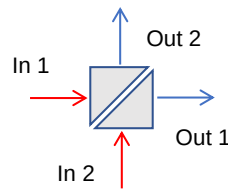
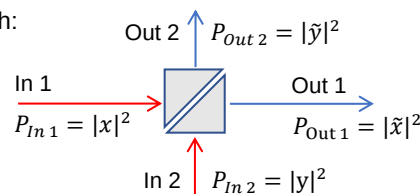


Abbildung: 38 Benennung der Ein- und Ausgänge am Strahlteiler

teilers werden durch einen *Output-Vektor* $(\tilde{x} \ \tilde{y})$ beschrieben. Dieser gibt an, dass mit der Wahrscheinlichkeit $P_{Out\ 1} = |\tilde{x}|^2$ ein Photon den Strahlteiler am Ausgang Out 1 verlässt und mit der Wahrscheinlichkeit $P_{Out\ 2} = |\tilde{y}|^2$ ein Photon den Strahlteiler am Ausgang Out 2 verlässt.

Der Strahlteiler entspricht also einer Rechenoperation, bei der aus dem *Input-Vektor* $(x \ y)$ der *Output-Vektor* $(\tilde{x} \ \tilde{y})$ entsteht. In der Mathematik geschieht dies, indem man eine *Matrix* mit dem *Input-Vektor* multipliziert und einen *Output-Vektor* erhält. In der Physik wird die Matrix auch als *Operator* bezeichnet.

Graphisch:



Mathematisch:

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x} & \tilde{y} \end{pmatrix}$$

Input-Vektor Strahlteiler-Matrix Output-Vektor

Beispiel:

Der Input-Vektor $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

Entspricht den Wahrscheinlichkeiten

$$P_{In\ 1} = \left| \frac{1}{2} \right|^2 = \frac{1}{4}$$

$$P_{In\ 2} = \left| \frac{\sqrt{3}}{2} \right|^2 = \frac{3}{4}$$

Was ist eine Matrix? - Und wie rechnet man damit?

Eine Matrix ist eine Anordnung von Zahlen, die aussieht wie eine Mischung aus einem Vektor und einer Tabelle.

$$\text{Bsp.: } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Matrizen gibt es mit unterschiedlichen Anzahlen von Zeilen und Spalten. Eine $m \times n$ -Matrix (gesprochen m-Kreuz-n-Matrix) hat m Zeilen und n Spalten.

Im obigen Beispiel gibt es jeweils 3 Zeilen und 3 Spalten. Es handelt sich also um eine 3 x 3-Matrix. Grundsätzlich gelten unabhängig von der Größe der Matrix immer die gleichen Rechenregeln.

Zeilenvektoren können mit Matrizen multipliziert werden, indem die Einträge des Vektors mit den Einträgen der Spalten der Matrix multipliziert und aufsummiert werden:

Vektor-Matrix-Multiplikation:

$$(x \ y) \cdot \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = (x \cdot a_1 + y \cdot a_2 \quad x \cdot b_1 + y \cdot b_2)$$

Bsp.:

$$(1 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = (1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 \quad 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6) = (13 \ 16)$$



Man erkennt, dass für die Berechnung die Anzahl der Zeilen der Matrix der Anzahl der Einträge des Vektors entsprechen muss.

Bei der Vektor-Matrix-Multiplikation einer 2 x 2-Matrix mit einem Vektor mit 2 Einträgen ergibt sich erneut ein Vektor

mit 2 Einträgen. Auf eine ähnliche Art lassen sich auch zwei Matrizen miteinander multiplizieren, wenn die Anzahl der Spalten der ersten Matrix der Anzahl der Zeilen der zweiten Matrix entspricht. Als Ergebnis ergibt sich erneut eine Matrix.

Matrix-Matrix-Multiplikation:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cdot c_1 + b_1 \cdot c_2 & a_1 \cdot d_1 + b_1 \cdot d_2 \\ a_2 \cdot c_1 + b_2 \cdot c_2 & a_2 \cdot d_1 + b_2 \cdot d_2 \end{pmatrix}$$

Bsp.:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 & 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \end{pmatrix}$$

Übung: Berechne die folgenden Multiplikationen mit Matrizen.

i) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} =$

iv) $\begin{pmatrix} 13 & 7 \\ 9 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

ii) $\begin{pmatrix} 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

v) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} =$

iii) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} =$

„Es wird ein Operator auf einen Zustand angewendet.“ Ist die physikalische Sprechweise für die Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor, der einen Zustand beschreibt (Zustandsvektor).

Die Wahrscheinlichkeit, dass Photonen am Strahlteiler transmittiert, oder reflektiert werden, ist eine Eigenschaft des Strahlteilers. Sie wird durch den Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizienten angegeben. Es gilt:

$$\begin{aligned} P_{trans} &= T^2 \\ P_{ref} &= R^2 \\ P_{trans} + P_{ref} &= T^2 + R^2 = 1, \end{aligned}$$

wobei T den Transmissionskoeffizienten und R den Reflexionskoeffizienten bezeichnet. Eine naheliegende Lösung, um die Wahrscheinlichkeiten hinter einem Strahlteiler zu berechnen, wäre die Multiplikation mit der Matrix:

$$S = \begin{pmatrix} T & R \\ R & T \end{pmatrix},$$

die die Wahrscheinlichkeit für die Transmission und Reflexion eines Photons, welches in Eingang 1 oder Eingang 2 ankommt, richtig beschreiben würde:

Photon kommt an In 1 an:

$$\begin{aligned} (1 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} T & R \\ R & T \end{pmatrix} &= (T \ R) \\ P_{Out \ 1} &= P_{trans} = T^2 \\ P_{Out \ 2} &= P_{ref} = R^2 \end{aligned}$$

Photon kommt an In 2 an:

$$\begin{aligned} (0 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} T & R \\ R & T \end{pmatrix} &= (R \ T) \\ P_{Out \ 1} &= P_{ref} = R^2 \\ P_{Out \ 2} &= P_{trans} = T^2 \end{aligned}$$

Diese Matrix kann allerdings nicht die Fähigkeit zur Interferenz beschreiben, da sie einen Phasensprung am Strahlteiler nicht berücksichtigt, der für die Interferenz von Bedeutung ist.

Der Einfluss auf die Phase zeigt sich am Mach-Zehnder-Interferometer (Versuch 4). An beiden Detektoren kann bei Variation der optischen Weglänge durch Glaskeile ein Interferenzmuster beobachtet werden. Dabei erscheint ein Maximum an einem Detektor genau dann, wenn am anderen Detektor ein Minimum gemessen wird.

Wenn an den Strahlteilern keine Phasenverschiebungen zwischen reflektiertem und transmittiertem Strahl auftreten würden, würden Unterschiede in den Phasen der Wellen ausschließlich durch die Glaskeile bestimmt. Insbesondere müssten an beiden Detektoren gleichzeitig Maxima und Minima auftreten, sodass sich die gleichen Interferenzmuster an beiden Ausgängen des Interferometers finden lassen müssten.

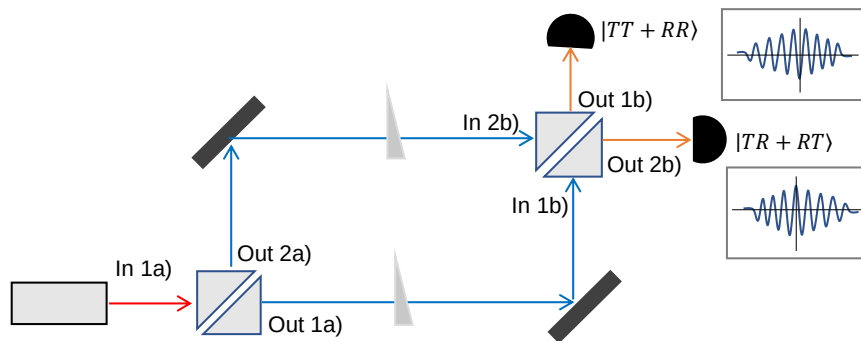


Abbildung 39: Mach-Zehnder-Interferometer mit Skizze der Zählraten

Bezeichne den Winkel α die Phasenverschiebung am Strahlteiler. Dann beträgt die Phasendifferenz zwischen den sich am zweiten Strahlteiler überlagernden Wellen, die durch die beiden Strahlteiler hervorgerufen wird, für den Ausgang $|TR + RT\rangle$, bei dem in beiden Möglichkeiten einmal Transmission und einmal Reflexion stattfindet, 0° und für den Ausgang $|TT + RR\rangle$ in dem die Möglichkeiten jeweils aus zweimal Transmission bzw. Reflexion bestehen $2 \cdot \alpha$. Da sich an den Detektoren die Maxima und Minima gegenüberliegen, muss gelten: $2 \cdot \alpha = 180^\circ$.

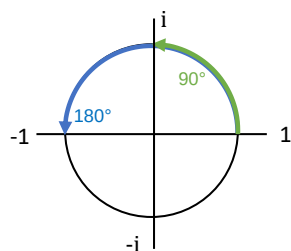
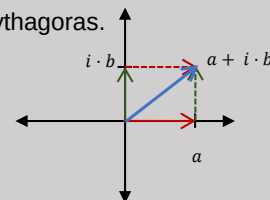


Abbildung 40: Skizze der Phasenverschiebung am Strahlteiler

Dem Winkel $\alpha = 90^\circ$ wird nun eine Zahl i zugeordnet. Da zweimalige Multiplikation einer Verschiebung um 180° also dem Wert -1 entspricht, ist $i = \sqrt{-1}$ mit $|i|=1$. Eine Phasenverschiebung um $\alpha = 90^\circ$ entspricht einer Multiplikation mit i .

Der Strahlteiler wird also durch eine Matrix $S = \begin{pmatrix} T & i \cdot R \\ i \cdot R & T \end{pmatrix}$ beschrieben, wobei $i = \sqrt{-1}$ gilt.

Zahlen von der Form $a + i \cdot b$ nennt man komplexe Zahlen. An dieser Stelle ist nur wichtig, dass $i = \sqrt{-1}$ und $|a + i \cdot b|^2 = a^2 + b^2$. Komplexe Zahlen lassen sich zweidimensional darstellen. a und b geben dabei die Längen der Katheten in einem rechtwinkligen Dreieck an. $|a + i \cdot b|^2$ ergibt sich dann mit dem Satz von Pythagoras.

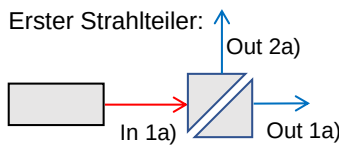


Berechnung der Wahrscheinlichkeiten im Mach-Zehnder Interferometer:

Die Strahlteiler im Mach-Zehnder-Interferometer sind 50/50-Strahlteiler. Für die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten gilt also: $T = R = \frac{1}{\sqrt{2}}$, da $T^2 = R^2 = \frac{1}{2}$

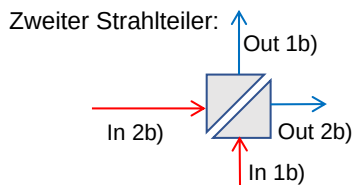
Das heißt $S = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ ist die Strahlteiler-Matrix.

Erster Strahlteiler:



Input: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ Strahlteiler-Matrix: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Output: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

Zweiter Strahlteiler:



Input: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Strahlteiler-Matrix: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Output: $\begin{pmatrix} 0 & i \end{pmatrix}$

Alternativ kann direkt der ganze Aufbau (siehe Abbildung 39) betrachtet werden:

Input: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ Strahlteiler-Matrix 1: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Strahlteiler-Matrix 2: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Output: $?$

Mach-Zehnder-Interferometer-Matrix

Input: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ Output: $\begin{pmatrix} 0 & i \end{pmatrix}$

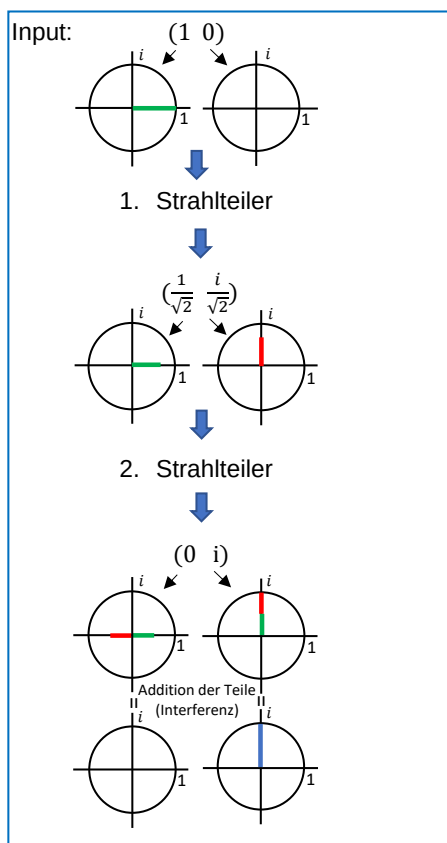
Es ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten:

$$P_{|TT+RR\rangle} = 0^2 = 0$$

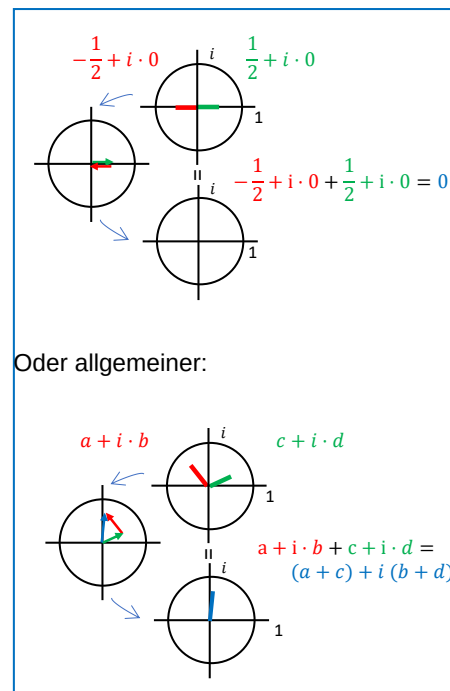
$$P_{|TR+RT\rangle} = |i|^2 = 1^2 = 1$$

Photonen, die durch das Mach-Zehnder Interferometer geschickt werden, werden immer an Ausgang Out 2b) detektiert, wenn die Glaskeile keine Weglängenunterschiede herbeiführen.

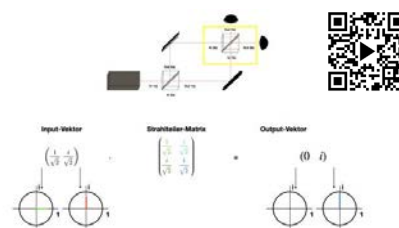
Zur Veranschaulichung können die Einträge der Vektoren auch gezeichnet werden. Dabei steht der Betrag der Zahl, also die Länge der Linie für die Wahrscheinlichkeit und die Richtung für die Phase der Wellenfunktion. Die Phase variiert in der Realität, je nachdem wo gemessen wird. Da nur die Phasendifferenz relevant ist, beeinflusst dies die Wahrscheinlichkeiten nicht. Diese zeichnerische Darstellung sieht für das Mach-Zehnder-Interferometer wie folgt aus:



Im letzten Schritt bei der zeichnerischen Darstellung wird die Interferenz sichtbar. Die verschiedenen Möglichkeiten werden addiert, indem die Striche „aneinandergesetzt“ werden.



Eine gemeinsame Darstellung der Rechnung und grafischen Unterstützung kann in der folgenden Animation betrachtet werden.



Animierte Rechnung und Verbildlichung zum Mach-Zehnder Interferometer

Durch die Verwendung der komplexen Zahlen, ist es möglich beliebige Phasenverschiebungen zu beschreiben. Dies ermöglicht es, auch die Glaskeile, die zu einer beliebigen Phasenverschiebung führen können, in Form einer Matrix, zu modellieren. Da die Schreibweise für beliebige Winkel schnell unübersichtlich wird, werden für den Glaskeil nur bestimmte Phasenverschiebungen modelliert.

Glaskeile wie sie im Mach-Zehnder-Interferometer eingesetzt werden, um die optische Weglänge zu variieren, ändern die Phase der Welle. Dadurch werden im Experiment abwechselnd Maxima und Minima detektiert. Bei der Definition von i wurde ausgenutzt, dass die Multiplikation mit einer komplexen Zahl auf dem Einheitskreis der Phasenverschiebung um den zugehörigen Winkel entspricht. Es ergeben sich die folgenden Spezialfälle:

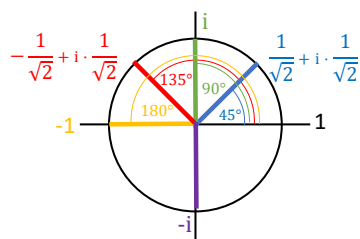


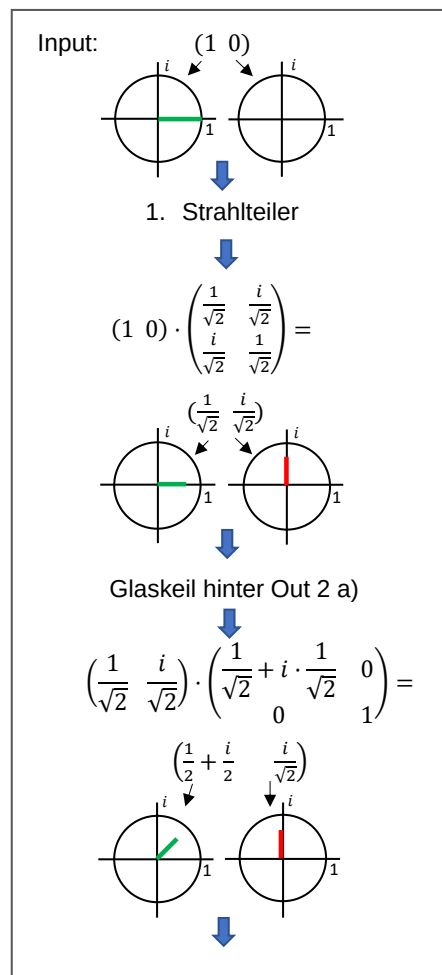
Abbildung 41: Phasenverschiebungen als komplexe Zahlen

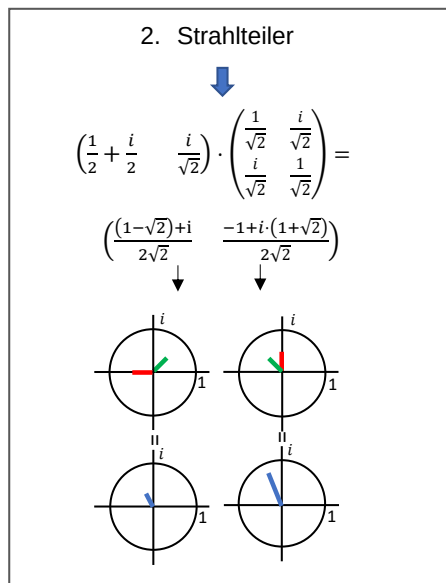
Eine Phasenverschiebung um den Winkel 45° am Glaskeil entspricht also zum Beispiel einer Matrix, die den

vorherigen Wert im entsprechenden Strahlengang mit der Zahl $\frac{1}{\sqrt{2}} + i \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ multipliziert und den anderen nicht verändert. Für den ersten Eintrag der Matrix wäre dies:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} + i \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mit einem solchen Glaskeil, der eine Phasenverschiebung um 45° hervorruft, ergeben sich die folgende Rechnung und Skizzen.

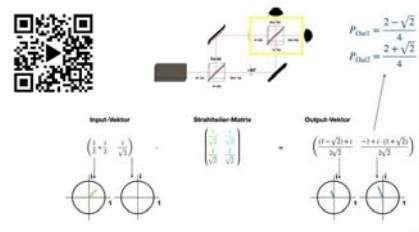




Aus der Berechnung ergibt sich für die Wahrscheinlichkeiten:

$$\begin{aligned} P_{|TT+RR\rangle} &= \left| \frac{(1-\sqrt{2})+i}{2\sqrt{2}} \right|^2 \\ &= \frac{(1-\sqrt{2})^2 + 1^2}{8} \\ &= \frac{1 - 2 \cdot \sqrt{2} + 2 + 1}{8} \\ &= \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{|TR+RT\rangle} &= \left| \frac{-1+i \cdot (1+\sqrt{2})}{2\sqrt{2}} \right|^2 = \\ &= \frac{1^2 + (1+\sqrt{2})^2}{8} \\ &= \frac{1 + 1 + 2 \cdot \sqrt{2} + 2}{8} \\ &= \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$



Animierte Rechnung und Verbildlichung

Wird $\alpha \gg 5 \cdot 360^\circ$ ist der Teil der Wellenfunktionen, der sich überlagert so gering, dass die Interferenz unerheblich wird. Für kleine Phasenunterschiede können die Wahrscheinlichkeiten auf diese Weise gut näherungsweise berechnet werden.

Nachdem nun Glaskeile und Strahlteiler beschrieben werden können, müssen noch die Polarisationsfilter beschrieben werden, um alle Versuche aus Abschnitt 2 modellieren zu können.

5.2 Mathematisierung der Polarisations-Zustände

Wie bereits bei den Experimenten festgestellt wurde, kann für den Polarisations-Zustand von Photonen im Wesentlichen die Mathematisierung der Polarisation elektromagnetischer Wellen übernommen werden. Auch für die Polarisationszustände kann bei der Modellierung mit Vektoren gearbeitet werden. Dabei unterscheidet sich allerdings die Funktion der Vektoren. Für die Polarisation ist es nicht sinnvoll die Wahrscheinlichkeiten für Transmission und Absorption als Liste in einen Vektor zu schreiben, da der absorbierte Anteil für weitere Rechnungen unwichtig ist, da absorbierte Photonen nicht gemessen werden können. Die Vektoren werden stattdessen genutzt, um neben der Wahrscheinlichkeit für einen Polarisations-Zustand die Richtung des Zustands anzugeben. Um die Vektoren gut unterscheiden zu können, werden für die Polarisation *Spaltenvektoren* verwendet. Das heißt die Einträge werden untereinander notiert.

Hinter einem Polarisationsfilter ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für die Transmission als Betragsquadrat des resultierenden Vektors und die Richtung des Vektors entspricht dem Polarisationszustand, der Einstellung des Polarisationsfilters.

$|H\rangle$ entspricht $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$|V\rangle$ entspricht $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$|45^\circ\rangle$ entspricht $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

$|-45^\circ\rangle$ entspricht $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

$|\alpha\rangle$ entspricht $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} -\cos(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \end{pmatrix}$

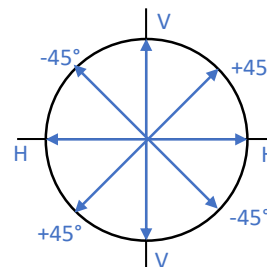


Abbildung 42: Darstellung der Polarisations-Zustände als Vektoren am Einheitskreis

Vektoren lassen sich grundsätzlich in zwei Anteile, die orthogonal zueinander sind aufteilen. Dieses Prinzip ist von der Kräftezerlegung bekannt. Wenn nun also ein Photon mit dem Polarisations-Zustand $|\alpha\rangle$ auf einen Polarisationsfilter mit Winkel β trifft, wird der gesuchte resultierende Vektor genau durch den Anteil des ursprünglichen Vektors (Polarisations-Zustand $|\alpha\rangle$) in Polarisationsrichtung β gegeben. Diese Aufteilung lässt sich sowohl grafisch als auch mathematisch darstellen.

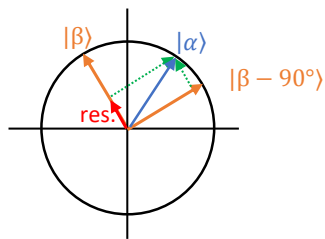


Abbildung 43: Aufteilung des Polarisations-Zustands $|\alpha\rangle$ an einem Polarisationsfilter im Winkel β

Da sich der Vektor zum Polarisations-Zustand so zerlegen lässt, gilt für die Länge des Vektors:

$$\begin{aligned} |\text{res.}| &= \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix} \\ &= \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \\ &= \cos(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

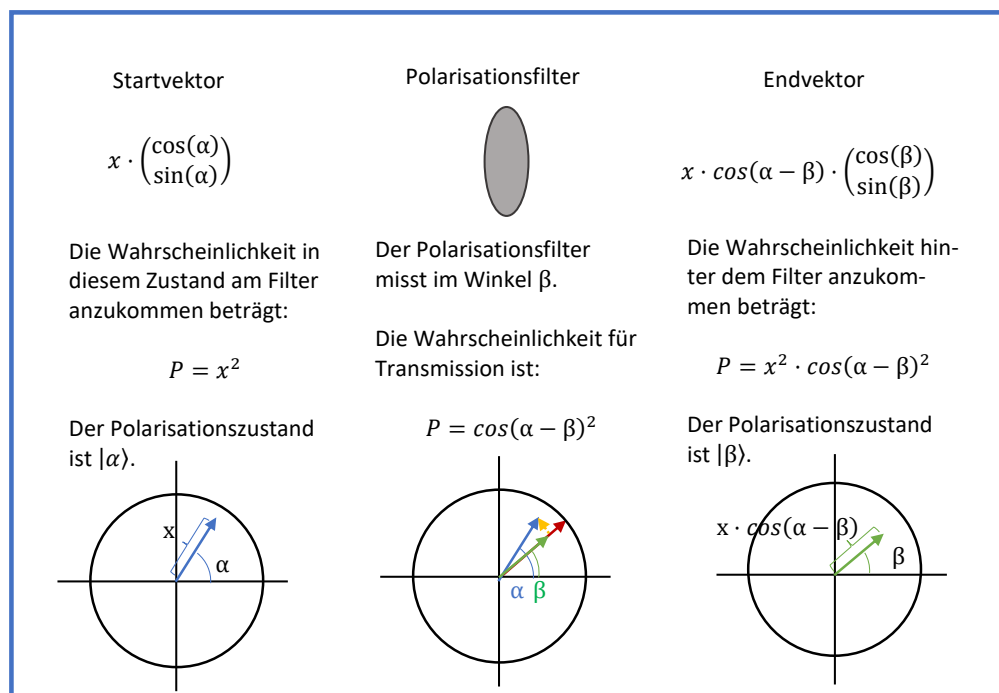
Da der Polarisations-Zustand nach der Messung der Einstellung des Polarisationsfilters entspricht, ist auch die Richtung des Vektors bekannt. Der Vektor hinter dem Polarisationsfilter ist:

$$\cos(\alpha - \beta) \cdot \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix}$$

Es ergibt sich das Gesetz von Malus:
Die Wahrscheinlichkeit für Transmission am Polarisationsfilter liegt bei:

$$P = \cos(\alpha - \beta)^2$$

Dies kann wie folgt für beliebige Vektoren, die den Zustand vor dem Polarisationsfilter angeben, verallgemeinert werden.



Aufgaben

Aufgabe 1:

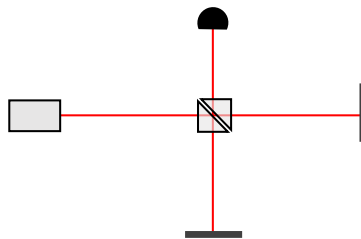
Gib an, mit welchen Wahrscheinlichkeiten ein Photon hinter den Ausgängen 1 und 2 hinter einem Strahlteiler detektiert wird, wenn $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \end{pmatrix}$ der Output-Vektor ist.

Aufgabe 2:

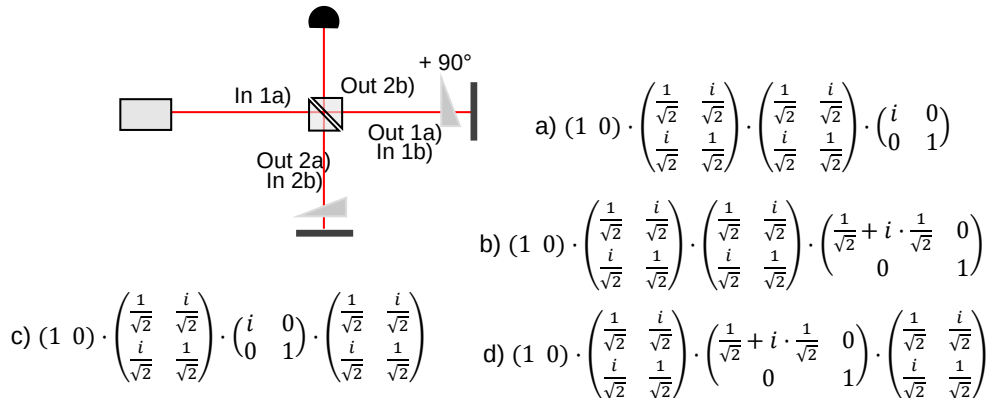
Ein Photon trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von $P_{In 1} = \frac{16}{25}$ an Eingang 1 und mit der Wahrscheinlichkeit $P_{In 2} = \frac{9}{25}$ an Eingang 2 auf den Strahlteiler. Gib einen Input-Vektor an, der diesen Wahrscheinlichkeiten entspricht.

Aufgabe 3:

Überführe das Michelson-Interferometer in eine Rechnung. Beschrifte zunächst Input und Output am Strahlteiler:

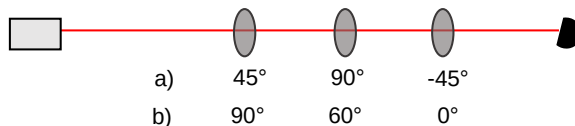


Aufgabe 4: Ordne dem folgenden Michelson-Interferometer die passende Rechnung zu und berechne die Detektionswahrscheinlichkeit am Detektor.



Aufgabe 5:

Bestimme mit welcher Wahrscheinlichkeit Photonen in dem folgenden Aufbau den Detektor erreichen. Die Quelle sendet Photonen im Zustand $|45^\circ\rangle$ aus.



6 Der Photoeffekt und die Elektronenbeugung

Nachdem nun die Wesenszüge der Quantenobjekte betrachtet wurden, ist es sinnvoll zu den historischen Experimenten zurückzukommen, an denen ein Verhalten beobachtet werden konnte, das klassisch nicht erwartet wurde. Klassisch gab es Licht als Welle und Elektronen als Teilchen. Wir wissen nun, dass es sich bei Elektronen und Photonen weder um Wellen noch um Teilchen, sondern um Quantenobjekte handelt.

Licht wurde klassisch als Welle beschrieben, wobei in dem Hallwachs-Experiment ein Verhalten auftrat, welches man eher von Teilchen kannte. Dieser Versuch wurde bereits in der Einleitung kurz angerissen und führte schließlich zu Einsteins Lichtquantenhypothese.

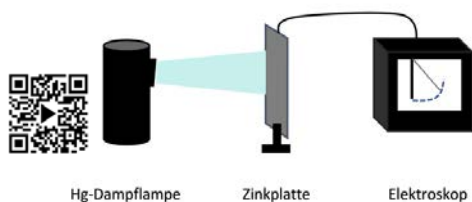


Abbildung 44: Schematischer Aufbau des Hallwachs-Experiments

In dem Experiment wird mit dem vorwiegend ultravioletten Licht einer Quecksilber-Dampflampe eine geladene Zinkplatte bestrahlt. Ist die Zinkplatte positiv geladen ändert sich ihre

Ladung nicht. Ist die Zinkplatte allerdings negativ geladen, dann nimmt die Ladung bei der Bestrahlung mit UV-Licht ab.

Wenn Photonen auf die Zinkplatte treffen, können diese ihre Energie vollständig an Elektronen abgeben. Die Energie eines Photons ist dabei abhängig von der Frequenz des Lichts. Es gilt für die Energie eines Photons:

$$E_{\text{Photon}} = h \cdot \nu$$

wobei h das Planck'sche Wirkungsquantum ist. ($h \approx 6,626 \cdot 10^{-34} \text{Js}$) Um ein Elektron aus der Zinkplatte „herausschlagen“ zu können, muss die Energie größer sein, als die Austrittsarbeit, die nötig ist, um ein Elektron aus den Atomen zu lösen. Der Rest der Energie wird in kinetische Energie des Elektrons umgewandelt. Es gilt also:

$$E_{\text{kin}} = h \cdot \nu - W_A$$

wobei W_A die Austrittsarbeit bezeichnet. Diese liegt in dem Versuch in einer Größenordnung, dass UV-Licht benötigt wird und sichtbares Licht nicht ausreicht.

Der Photoeffekt ermöglicht die Umwandlung von Licht in Strom und ist damit zum Beispiel die Grundlage für Licht-Detektoren und Solarzellen. Neben einer Energie wird Photonen auch ein Impuls zugeordnet.

$$p_{\text{Photon}} = \frac{h}{\lambda}$$

wobei λ die Wellenlänge des Lichts bezeichnet. Da in dieser Form, bevor Photonen als Quantenobjekte besser verstanden wurden, nun Licht, welches ursprünglich als Welle verstanden wurde, ein Teilchencharakter zugeschrieben wurde, formulierte De Broglie 1923 die Theorie, dass Teilchen umgekehrt eine Wellenlänge zugeordnet werden kann. Dass diese in gewisser Weise auch einen Wellencharakter aufweisen. Ein Teilchen der Masse m und Geschwindigkeit v hat den Impuls $p = m \cdot v$. Entsprechend wies er einem Teilchen die DeBroglie-Wellenlänge zu:

$$\lambda_{\text{DeBroglie}} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Dass dies sinnvoll ist, wurde an Experimenten von Davisson und Germer deutlich. Wird eine Graphitfolie mit Elektronen beschossen, können auf einem Leuchtschirm, hinter dieser, klar voneinander getrennte Ringe beobachtet werden.

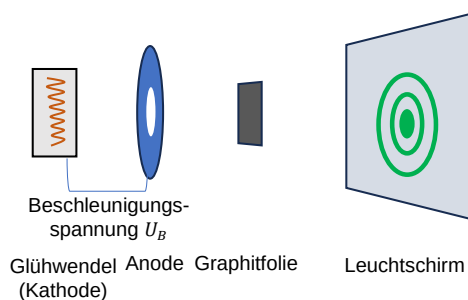


Abbildung 45: Experiment zur Elektronenbeugung

Bei diesen Ringen handelt es sich um ein Interferenzmuster. Die Auft-

50

haltungswahrscheinlichkeit von Elektronen wird, wie bei allen Quantenobjekten, durch eine Wellenfunktion beschrieben, sodass Interferenz auftreten kann. Die Elektronen können daher an den Kristallen gebeugt werden:

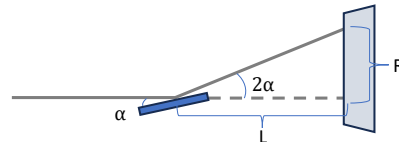


Abbildung 46: Winkel und Längen bei der Elektronenbeugung

Man sieht: $\tan(2\alpha) = \frac{R}{L}$

Zusammen mit der Gleichung für die konstruktive Interferenz bei der Bragg-Reflexion $n \cdot \lambda = 2 \cdot \sin(\alpha) \cdot d$ und der Näherung für kleine Winkel:

$2 \cdot \sin(\alpha) \approx \tan(2\alpha)$ ergibt sich:

$$n \cdot \lambda = \frac{R \cdot d}{L}$$

d bezeichnet dabei die Gitterkonstante, die durch den Kristall gegeben ist. Graphit hat zum Beispiel die zwei Gitterkonstanten $d_1 = 0,123\text{nm}$ & $d_2 = 0,213\text{nm}$. Die Geschwindigkeit der Elektronen kann mit Hilfe der Beschleunigungsspannung berechnet werden:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m}}$$

Da im Experiment galt:

$$\lambda = \frac{R \cdot d}{L \cdot n} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot U_B \cdot m}}$$

konnte dieses die DeBroglie-Hypothese bestätigen.

Anhang A.2

Die Videos, die im Lehrgang verlinkt sind und über QR-Codes abgerufen werden können, können über den folgenden Sciebo-Link:

<https://ruhr-uni-bochum.sciebo.de/s/cJMFB1pYbsARxGI>

Und über den folgenden Pfad auf dem Server der Physikdidaktik abgerufen werden:
smb://dps.d.physik.ruhr-uni-bochum.de/Abschlussarbeiten/MA Cleve/Versuchsvideos

Anhang B

Anhang B.1

Anhang B.1.1

Inhaltliche Key-Ideas in der Akzeptanzbefragung 1 (qualitativ) Informationsangebot

Key-Idea 1: Licht besteht aus Photonen

- a) Klassisches Licht:
 - Licht als Lichtstrahl und Licht als Welle
- b) Licht als Strom von Photonen
- c) Photonen:
 - Photonen werden als kleinste, unteilbare Energieportionen des Lichts beschrieben
- d) Teilbarkeit klassisch:
 - Klassisches Licht als Welle oder Strahl lässt sich am Strahlteiler aufteilen
- e) Unteilbarkeit Photon:
 - Kleinste Energieportionen (Photonen), werden am Strahlteiler entweder transmittiert oder reflektiert
 - nicht klassisch erklärbar
- f) Strahlteiler
 - Strahlteiler als halbdurchlässiger Spiegel, der Licht reflektieren und transmittieren kann

Key-Idea 2: Photonen verhalten sich am Strahlteiler zufällig

- a) Wahrscheinlichkeiten für Transmission und Reflexion
 - Es können Wahrscheinlichkeiten/Anteile angegeben werden, dass Photonen transmittiert bzw. reflektiert werden
- b) Nicht-Vorhersagbarkeit für einzelne Photonen
 - Es kann für ein Photon nicht vorhergesagt werden, ob dieses transmittiert oder reflektiert wird
- c) Vorhersagbarkeit klassisch
 - In der klassischen Physik können Ergebnisse mit Formeln berechnet werden
- d) Stochastische Vorhersagbarkeit im Experiment
 - Im Experiment halbiert sich die Zählrate am Strahlteiler und es kann nicht vorhergesagt werden, ob das nächste Photon transmittiert, oder reflektiert wird
- e) Koinzidenzen als Trick zur Messung
 - Messung gleichzeitiger Ereignisse, um nur die relevanten Photonen zu betrachten und Umgebungslicht als Störquelle zu umgehen

Key-Idea 3a): Interferenz von Licht als elektromagnetische Welle

- a) Interferenz von Wellen
 - Licht als Welle hat die Fähigkeit zur Interferenz
- b) Phasenverschiebung
 - Verschiebung der Wellen zueinander bestimmt Interferenz
- c) Im Mach-Zehnder-Interferometer überlagert sich Licht, welches sich entlang verschiedener Wege ausgebreitet hat
- d) Glaskeile können im Mach-Zehnder-Interferometer optische Weglängen verändern (Licht braucht länger, um dickere Glasschicht zu durchlaufen)
- e) Im Mach-Zehnder-Interferometer tritt im Experiment für klassisches Laserlicht Interferenz auf

Key-Idea 3b): Photonen können mit sich selbst interferieren

- a) Photonen können mit sich selbst interferieren
- b) Im Mach-Zehnder-Interferometer tritt im Experiment für Photonen Interferenz auf.
 - Beim Verfahren des Glaskeils tritt in einem bestimmten Bereich abwechselnd konstruktive und destruktive Interferenz auf (Maximum-Minimum der Zählrate)
- c) Da sich Photonen nicht aufteilen lassen können Photonen nicht beide klassischen Wege gehen und da Interferenz auftritt, können Photonen auch nicht entweder transmittiert oder reflektiert werden und dabei einen möglichen Weg realisieren
- d) Die Wahrscheinlichkeiten werden durch eine Wellenfunktion beschrieben, deren Betragsquadrat die Wahrscheinlichkeit für die Detektion bestimmter Zustände angibt

Key-Idea 4: Photonen haben einen Polarisations-Zustand

- a) Klassische Lichtwellen haben die Eigenschaft der Polarisation
Die Polarisation gibt die Schwingungsrichtung einer Lichtwelle an
- b) Polarisationsfilter verändern die Amplitude und Polarisationsrichtung einer Lichtwelle
- c) Photonen haben keine Polarisationsrichtung (Schwingungsrichtung), da sie keine Welle sind
Photonen kann ein Polarisations-Zustand zugeschrieben werden
- d) Photonen werden bei der Messung entweder transmittiert, oder absorbiert
- e) Bei wiederholter Messung wird der Polarisations-Zustand wiederholt präpariert und analysiert. Bei Messung in gleicher Basis wird das Ergebnis reproduziert

Key-Idea 5: Komplementarität

- a) Die Fähigkeit zur Interferenz und Unterscheidbarkeit klassischer Wege schließen sich aus
- b) Da ein Photon in Zustand $|\alpha\rangle$ an einem Polarisationsfilter mit der Einstellung $\alpha + 90^\circ$ mit Sicherheit absorbiert wird und umgekehrt, können klassische Wege im Mach-Zehnder Interferometer, mit um 90° zueinander verdrehten Polarisationsfiltern, unterscheidbar gemacht werden
- c) Sind die Wege unterscheidbar, entsteht im Experiment kein Interferenzmuster
- d) Ein dritter Polarisationsfilter hinter dem Experiment kann die Unterscheidbarkeit aufheben
 - An diesem werden Photonen in den Zuständen $|\alpha\rangle$ und $|\alpha + 90^\circ\rangle$ mit der Wahrscheinlichkeit 50% transmittiert
- e) Ist der dritte Polarisationsfilter eingesetzt wird erneut ein Interferenzmuster beobachtet
- f) Da bei dem Einsetzen des dritten Polarisationsfilters erneut ein Interferenzmuster beobachtbar wird, realisiert ein Photon, auch im Falle unterscheidbarer Wege, keinen klassischen Weg

Anhang B.1.2

Licht in der Quantenphysik-Das Photon

In der Quantenphysik wird Licht nicht als Lichtstrahl, oder elektromagnetische Welle, sondern als ein Strom von Photonen beschrieben.

Das Photon

Ein Photon ist die kleinste, unteilbare Energieportion von Licht. Photonen werden auch als Lichtquanten bezeichnet. Nach Einsteins Lichtquantenhypothese ist Licht ein Strom von Photonen.

Die Existenz von Photonen zeigt sich in Experimenten an Strahlteilern. Ein Strahlteiler ist ein optisches Bauteil, an dem einfallendes Licht teilweise transmittiert (durchgelassen) wird und teilweise reflektiert wird (siehe Abbildung 2).

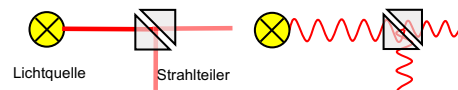


Abbildung 2: Aufteilung von Lichtstrahl und Lichtwelle an einem Strahlteiler

Dies ist zum Beispiel an einem halbdurchlässigen Spiegel der Fall. Es kann gleichzeitig durch ihn hindurchgesehen und das Spiegelbild betrachtet werden.

Im Experiment zeigt sich, dass es kleinste Energieportionen gibt, die am Strahlteiler entweder transmittiert (durchgelassen) oder reflektiert werden. Diese kleinsten Energieportionen, die sich nicht aufteilen lassen, werden als Photonen bezeichnet.

Die Wesenszüge der Quantenphysik

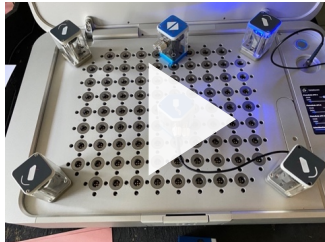
Die stochastische Vorhersagbarkeit

1. Wesenszug: Die stochastische Vorhersagbarkeit

Einzelne Messergebnisse können in der Quantenphysik in der Regel nicht vorhergesagt werden. Es lassen sich jedoch Wahrscheinlichkeiten für den Ausgang eines Experiments angeben.

Während es in der klassischen Physik in der Regel Formeln gibt, mit denen der Ausgang von Experimenten berechnet und vorhergesagt werden kann, ist dies in der Quantenphysik nicht der Fall. Dies liegt nicht daran, dass die richtigen Formeln nur noch nicht gefunden worden sind. Vielmehr ist das Verhalten einzelner Quantenobjekte nicht direkt berechenbar und vorhersagbar.

Dieser Wesenszug lässt sich in Experimenten am Strahlteiler beobachten. Für ein einzelnes Photon, das auf einen 50/50-Strahlteiler trifft, kann nicht vorhergesagt werden, ob dieses an dem Strahlteiler transmittiert (durchgelassen) oder reflektiert wird. Es können allerdings Wahrscheinlichkeiten dafür angegeben werden, dass entweder die Transmission oder die Reflektion stattfindet.



Video: Versuch 2

Trick: Es werden Paare von Photonen erzeugt und detektiert, um erzeugte Photonen von Umgebungslicht unterscheiden zu können.

Kurzschreibweise von Zuständen:

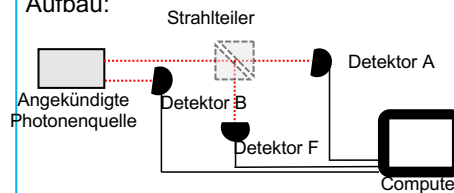
Um Zustände von Quantenobjekten kurz schreiben zu können, wird die Bra-Ket-Notation genutzt:

Strahlteiler: $|T\rangle$ „transmittiert“

$|R\rangle$ „reflektiert“

Versuch 2: Das Verhalten von Einzelphotonen am Strahlteiler

Aufbau:



Eine angekündigte Photonenquelle sendet aus zwei Ausgängen Photonen aus. Die Photonen aus einem Ausgang werden zur Ankündigung an Detektor B detektiert.

Die Photonen aus dem anderen Ausgang werden zunächst direkt an Detektor A detektiert. Dann wird in den Strahlengang ein 50/50-Strahlteiler eingesetzt. Hinter den beiden Ausgängen des Strahlteilers werden mit den Detektoren A und F ankommende Photonen detektiert.

Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und die gleichzeitigen Ereignisse (innerhalb eines Koinzidenzfensers $\tau = 10 \text{ ns}$) an den Detektoren werden, als Koinzidenzen ausgegeben. Es werden zunächst mit einer hohen Intensität Photonen emittiert. Anschließend wird der Pumplaser so weit herunterregelt, dass nur noch einzelne Koinzidenzen $A \cap B$ und $F \cap B$ pro Sekunde detektiert werden.

Die Fähigkeit zur Interferenz

2. Wesenszug: Die Fähigkeit zur Interferenz

Einzelne Quantenobjekte können mit sich selbst interferieren, wenn es mehr als eine klassische Möglichkeit gibt ein Messergebnis zu erhalten.

Mit den Experimenten an Strahlteilern konnte gezeigt werden, dass Quantenobjekte als kleinste Energiepakete nicht zerlegt werden können und, dass der Ausgang von Experimenten mit einzelnen Quantenobjekten dem Zufall unterliegt. Bei Photonen als Lichtquanten stellt sich nun die Frage, wie dies mit den bisherigen klassischen Vorstellungen von Licht verbunden werden kann. Klassisch wurde Licht als elektromagnetische Welle beschrieben. Licht hat die Fähigkeit zur Interferenz bei der Überlagerung mehrerer Lichtwellen. Es stellt sich daher die Frage, ob und wie sich diese Eigenschaft auch bei Quantenobjekten, insbesondere bei Photonen bemerkbar macht.

Interferenz kann zum Beispiel in Interferometern und Experimenten am Doppelspalt oder Gitter beobachtet werden. In einem Mach-Zehnder-Interferometer wird einfallendes Licht an einem ersten Strahlteiler aufgeteilt und an einem zweiten wieder überlagert (Abbildung 19). Zusätzlich befinden sich in den beiden möglichen Wegen Glaskeile.

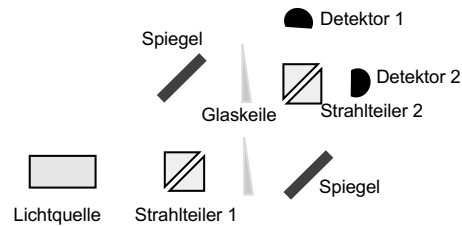


Abbildung 19: Schematischer Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers mit Glaskeilen

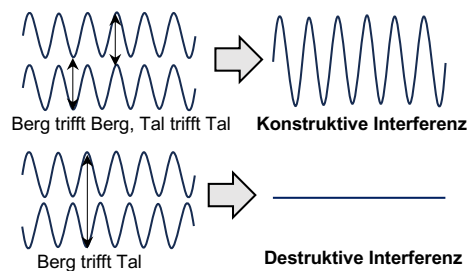


Abbildung 20: Konstruktive und destruktive Interferenz

Da die Lichtgeschwindigkeit in Glas geringer als in Luft ist, führt eine dickere Glasschicht zu einer längeren Laufzeit des Lichts und der Photonen. So entstehen Laufzeitunterschiede zwischen den verschiedenen Wegen zwischen den Strahlteilern, je nachdem wie dick die Glasschichten in den beiden Wegen sind (Abbildung 21). Mit den Glaskeilen kann die optische Weglänge variiert werden.

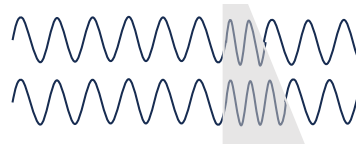


Abbildung 21: Laufzeitunterschiede am Glaskeil

So ist es nicht notwendig die Spiegel zu bewegen, um Wegunterschiede zu variieren und die Interferenz zu untersuchen.

Da einzelne Quantenobjekte nicht aufgeteilt werden können, ist es für diese nicht sinnvoll von einer Aufteilung und Überlagerung zu sprechen. Stattdessen werden die verschiedenen klassisch möglichen Wege thematisiert, die es gibt, dass ein Photon an einem Detektor detektiert wird:

„Um ein Photon an Detektor 1 zu detektieren, gibt es die Möglichkeit, dass dieses von beiden Strahlteilern transmittiert, oder von beiden Strahlteilern reflektiert wird.“ Als Zustand lässt sich dies wie folgt schreiben: $|TT + RR\rangle$.

„Um ein Photon an Detektor 2 zu detektieren, gibt es die Möglichkeit, dass dieses von jeweils einem Strahlteiler transmittiert und einem Strahlteiler reflektiert wird.“ Als Zustand lässt sich dies wie folgt schreiben: $|RT + TR\rangle$.

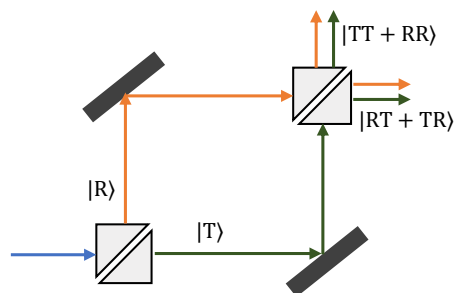
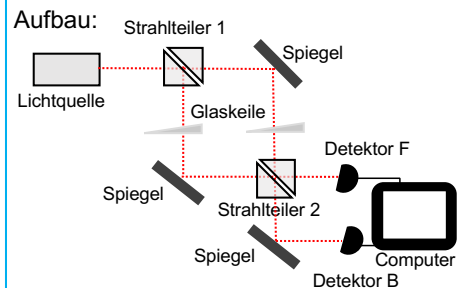


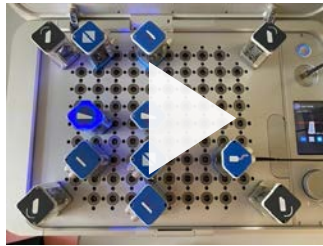
Abbildung 22: Wege im Interferometer

Versuch 5: Einzelphotonen im Mach-Zehnder-Interferometer



Der Versuch wird mit verschiedenen Lichtquellen durchgeführt. Zunächst wird er mit einem sichtbaren Laser durchgeführt. Dabei wird ein Detektor durch ein Blatt Papier ersetzt, um das Licht, welches sonst vom Detektor gemessen wird, sehen zu können. Dann wird der Detektor wieder eingesetzt und die Zählrate gemessen. Im Anschluss wird die angekündigte Photonenquelle ohne Ankündigung verwendet.

Das von der Lichtquelle ausgesendete Licht wird in ein Mach-Zehnder-Interferometer geschickt. An den Ausgängen des Interferometers wird das einfallende Licht (die Photonen) detektiert und als Zählrate ausgegeben. Mit Hilfe der Glaskeile wird die optische Weglänge in den beiden Strahlengängen des Interferometers variiert.



Video: Versuch 5)

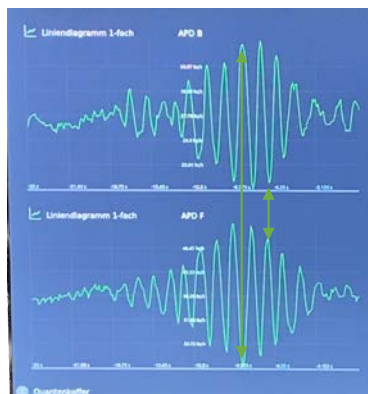


Abbildung 23: Interferenz von Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer

Es zeigt sich, dass Quantenobjekte und insbesondere Photonen die Fähigkeit haben mit sich selbst zu interferieren. Daraus folgt, dass Photonen keine bestimmten klassischen Wege gehen. Der Zustand eines Photons am Strahlteiler reflektiert $|R\rangle$, oder transmittiert $|T\rangle$ ist zunächst unbestimmt und wird erst mit der Detektion am Detektor gemessen. Wenn der Zustand am Strahlteiler festgelegt würde, könnte es nicht zu einer Überlagerung von Zuständen kommen, die für das Auftreten des Interferenzmusters notwendig ist.

„Wenn es mehrere ununterscheidbare klassische Wege gibt, die zu einem Messergebnis führen, realisiert das Quantenobjekt keinen dieser Wege. Photonen nehmen keine Wege.“

„Es ist objektiv unbestimmt, auf welchem Weg ein Photon zum Detektor gelangt.“

Dieser Wesenszug hat große Auswirkungen auf die Beschreibung von Quantenobjekten. Während es zuvor ausreichte, einzelne Wahrscheinlichkeiten für das Verhalten an optischen Bauteilen anzugeben und gegebenenfalls zu multiplizieren, bedeutet diese Fähigkeit zu Interferenz, dass sich Wahrscheinlichkeiten in Form von Interferenz überlagern können. Dies wird in der theoretischen Beschreibung so gelöst, dass die Wahrscheinlichkeit für die Detektion bestimmter Zustände durch das Betragsquadrat einer Wellenfunktion ψ angegeben wird.

$$P(x, t) = |\psi(x, t)|^2$$

Wellen haben die Möglichkeit zu interferieren, wodurch die Interferenz einzelner Quantenobjekte, wie zum Beispiel von Photonen am Strahlteiler mit Hilfe der Wellenfunktion beschrieben werden kann. Da die Wellenfunktion im allgemeinen sämtliche Eigenschaften der Quantenobjekte beschreibt, kann diese nicht mit einfachen Mitteln berechnet werden, um die Wahrscheinlichkeiten

für den Ausgang eines Experimentes anzugeben.

Soll durch die Wellenfunktion nur die Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu einer festen Zeit an einem bestimmten Ort zu detektieren, beschrieben werden, ähnelt die Wellenfunktion dem Interferenzmuster in Versuch 5:

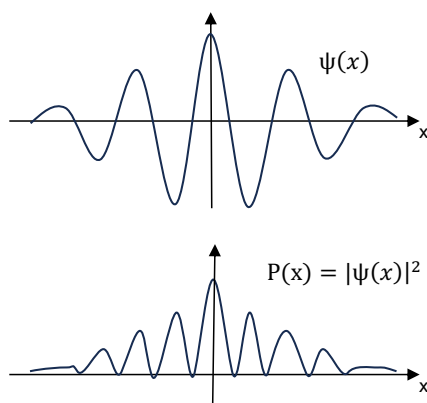


Abbildung 24: Wellenfunktion und Wahrscheinlichkeit

Am Interferometer wird die Wellenfunktion am ersten Strahlteiler aufgeteilt und am zweiten wieder überlagert, woraus sich Wahrscheinlichkeiten zur Detektion ergeben.

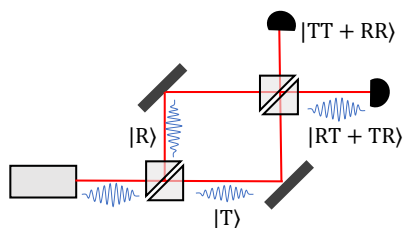


Abbildung 25: Wellenfunktion im Mach-Zehnder-Interferometer

Polarisation von Lichtwellen

Die Polarisation bezeichnet bei elektromagnetischen Wellen die Schwingungsrichtung der Welle.

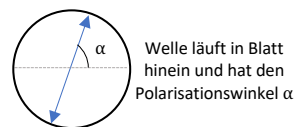


Abbildung 8: Darstellung der Polarisationsrichtung am Kreis

Dabei kann Licht, wenn es unpolarisiert ist, also keine eindeutige Schwingungsrichtung aufweist an einem Polarisationsfilter polarisiert werden, da dieser nur den Teil des Lichtes durchlässt, der eine Schwingungsrichtung parallel zur Achse des Polarisationsfilters aufweist.

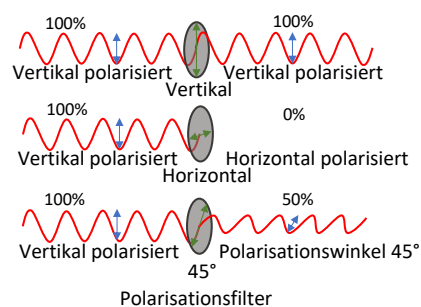


Abbildung 9: Licht am Polfilter

Im Winkel 45° polarisiertes Licht kann zu 50% als vertikal und zu 50% als horizontal polarisiert betrachtet werden.

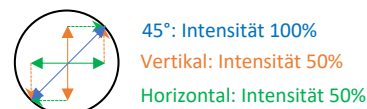


Abbildung 10: Aufteilung der Polarisation 45° in vertikal und horizontal

Photonen kann ein sogenannter *Polarisations-Zustand* zugeschrieben werden. Während sich für Licht als elektromagnetische Welle am Polarisationsfilter die Amplitude und die Polarisationsrichtung der Welle verändern, können einzelne Photonen am Strahlteiler entweder transmittiert oder absorbiert werden.

„Wenn Photonen auf einen Polarisationsfilter treffen, wird der Polarisationszustand der Photonen gemessen.“

Die Photonen, die transmittiert werden, befinden sich im Polarisationszustand, der der Einstellung des Polarisationsfilters entspricht, zum Beispiel:

„Das Photon befindet sich im Polarisationszustand vertikal/ 90° oder horizontal/ 0° .“

Erzeugung der Photonenpaare:

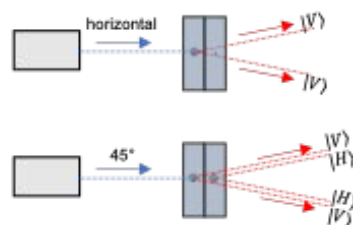
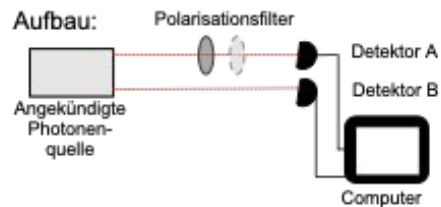


Abbildung 14: Polarisation am BBO



Video: Versuch 3)

Versuch 3: Photonen am Polarisationsfilter



Eine angekündigte Photonenquelle sendet aus zwei Ausgängen Photonen aus. Das Licht des Pumpasers ist horizontal polarisiert. Die Photonen aus einem Ausgang werden zur Ankündigung an Detektor B detektiert. Die Photonen aus dem anderen Ausgang treffen auf einen Polarisationsfilter. Hinter dem Polarisationsfilter werden sie an Detektor A detektiert. Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und die gleichzeitigen Ereignisse (innerhalb eines Koinzidenzfensters $\tau = 10 \text{ ns}$) an den Detektoren werden als Koinzidenzen $A \cap B$ ausgegeben. Die Einstellung des Polarisationsfilters wird variiert. Die Polarisation des Lichts des Pumpasers an der Photonenquelle wird auf 45° umgeschaltet. Erneut werden die Einstellungen des Polarisationsfilters variiert. Ein zweiter Polarisationsfilter wird eingesetzt und durch Variation der Einstellungen der Polarisationsfilter wird untersucht, welchen Einfluss das hintereinander setzen zweier Polarisationsfilter auf die Zählraten hat.



Abbildung 12: Polardiagramm

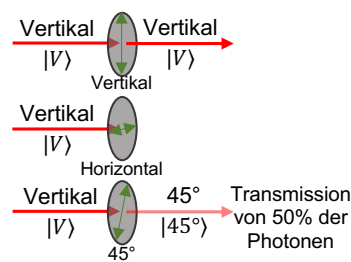


Abbildung 13: Polarisations-Zustände am Polarisationsfilter

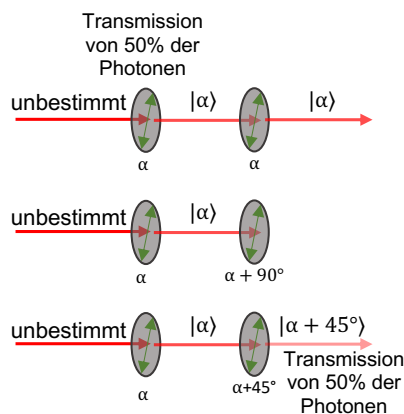


Abbildung 15: Beliebige Polarisations-Zustände am Polarisationsfilter

„An einem ersten Polarisationsfilter, dem Präparator wird der Polarisations-Zustand von Photonen präpariert, bevor er an einem zweiten Polarisationsfilter, dem Analysator analysiert wird.“

Die Komplementarität

3. Wesenszug: Die Komplementarität

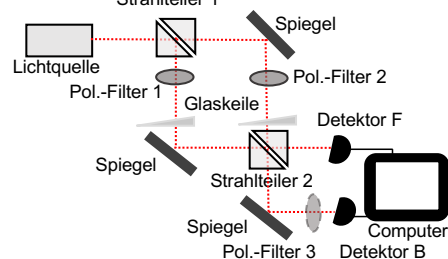
Die Beobachtung einer Interferenz und die Unterscheidbarkeit klassischer Wege, die zu demselben Messergebnis führen, schließen sich gegenseitig aus.

Am Mach-Zehnder-Interferometer kann beobachtet werden, dass bei einzelnen Photonen im Interferometer, bei mehreren ununterscheidbaren klassischen Wegen Interferenz auftritt. Nun soll betrachtet werden, welchen Einfluss die Ununterscheidbarkeit der klassischen Wege hat auf die Interferenz. Zur Unterscheidbarkeit wird der bereits in Versuch 3 und 4 verwendete Polarisations-Zustand genutzt. Sind Polarisationsfilter in den Winkeln α und $\alpha + 90^\circ$ eingestellt, ist eindeutig unterscheidbar durch welchen ein Photon gekommen ist, an welchem es präpariert wurde. Bei der Analyse mit einem dritten Polarisationsfilter würden bei der Einstellung α die Photonen im Zustand $|\alpha\rangle$ transmittiert und die im Zustand $|\alpha + 90^\circ\rangle$ absorbiert, während es bei einer Einstellung des analysierenden Polarisationsfilters von $\alpha + 90^\circ$ zum entgegengesetzten Verhalten kommen würde.

Eine Einstellung von $\alpha + 45^\circ$ oder $\alpha - 45^\circ$ hingegen, würde für beide Einstellungen die Hälfte der Photonen durchlassen und kann die Unterscheidbarkeit wieder aufheben.

Versuch 6: Einfluss der Welcher-Weg-Information

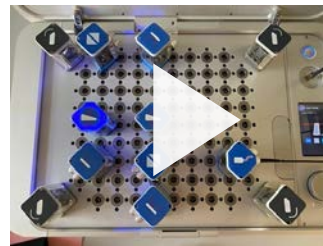
Aufbau:



Die angekündigte Photonenquelle sendet Photonen, die sich im Polarisations-Zustand $|V\rangle$ (vertikal) befinden aus. Im Strahlengang befindet sich ein Mach-Zehnder-Interferometer, bei dem in die verschiedenen klassischen Wege jeweils ein Polarisationsfilter eingesetzt ist. An den Ausgängen des Interferometers werden die ankommenden Photonen detektiert und als Zählrate ausgegeben. Vor Detektor B wird ausschließlich für die letzte Messung ein dritter Polarisationsfilter eingesetzt. Mit Hilfe der Glaskeile wird die optische Weglänge in den beiden Strahlengängen des Interferometers variiert, um das Auftreten eines Interferenzmusters zu untersuchen. Die Kombinationen für die Einstellungen der verschiedenen Polarisationsfilter kann Tabelle 1 entnommen werden. (Auf die Ankündigung der Photonen wird hier verzichtet. Stattdessen wird, da bekannt ist, dass Licht aus Photonen besteht, die höhere Zählrate ohne Ankündigung verwendet.)

Pol.-Filter 1	Pol.-Filter 2	Pol.-Filter 3
V bzw. 90°	V bzw. 90°	-
45°	45°	-
45°	-45°	-
45°	-45°	H bzw. 0°

Tabelle 1: Einstellungen der Polarisationsfilter in Versuch 5



Video: Versuch 6)

Es zeigen sich, bei gleicher Einstellung der Polarisationsfilter in den beiden klassischen Wegen im Interferometer, Interferenzmuster an beiden Detektoren. Dabei sind die Zählraten für den Fall, dass der Zustand $|45^\circ\rangle$ gemessen wird in etwa halb so groß wie bei der Messung des Zustands $|V\rangle$, was durch den von der Quelle erzeugten Polarisations-Zustand zu erklären ist. Wenn sich die Einstellungen der Polarisationsfilter um 90° unterscheiden, ist kein ausgeprägtes Interferenzmuster mehr zu beobachten. Da Rückstände eines Interferenzmusters sichtbar bleiben, kann ausgeschlossen werden, dass das Ausbleiben der Interferenz durch einen Stillstand der Glaskeile hervorgerufen wird. Die Wellenfunktion scheinen nicht interferieren zu können. Wird der

dritte Polarisationsfilter eingesetzt, der zu den Einstellungen der Polarisationsfilter im Interferometer um 45° verdreht ist, wird erneut ein ausgeprägtes Interferenzmuster an Detektor B beobachtet, während am Detektor F weiterhin kein Interferenzmuster zu sehen ist. Bei diesem Interferenzmuster sind die Zählraten erneut halbiert, da nur die Hälfte der Photonen am dritten Polfilter transmittiert wird.

„Wenn die klassischen Wege im Interferometer unterscheidbar sind, liegt eine Welcher-Weg-Information vor. Wenn eine Welcher-Weg-Information vorliegt, wird kein Interferenzmuster beobachtet. Wenn ein Quantenradierer die Welcher-Weg-Information ausstrahlt, kann erneut Interferenz beobachtet werden.“

In Versuch 6 wirkt Polarisationsfilter 3 als Quantenradierer.

Bereits bei dem dritten Versuchszug, der Interferenz wurde festgestellt, dass einzelne Photonen keine Wege nehmen, sondern der Ort bis zur Messung, der Detektion bestimmt ist. Dies ist bei der Beschreibung des Quantenradierer-Experiments besonders wichtig. Ein Photon wird nicht am ersten Strahlteiler transmittiert oder reflektiert und bekommt dann am Polarisationsfilter eine Information, die sich von der Information im anderen Weg unterscheidet. Stattdessen gibt es die Möglichkeiten, dass ein Photon reflektiert oder transmittiert werden könnte und in den verschiedenen Wegen unterschiedliche Informationen bekommen würde, wodurch bei der Überlagerung der Wellenfunktion für Transmission und Reflexion keine Interferenzmuster entstehen. Dies wird in Abbildung 25 veranschaulicht.

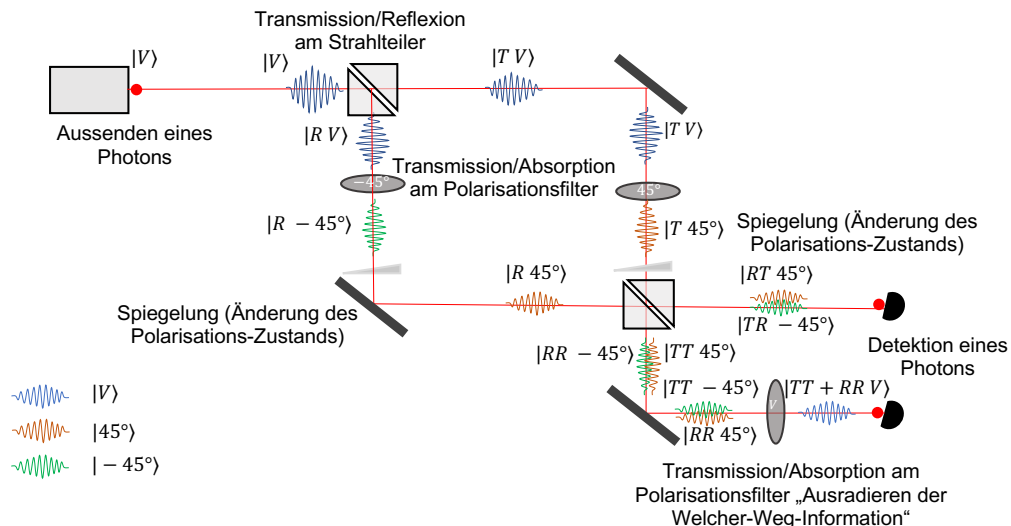


Abbildung 25: Veranschaulichung der Wellenfunktion am Mach-Zehnder-Interferometer mit Polarisationsfiltern

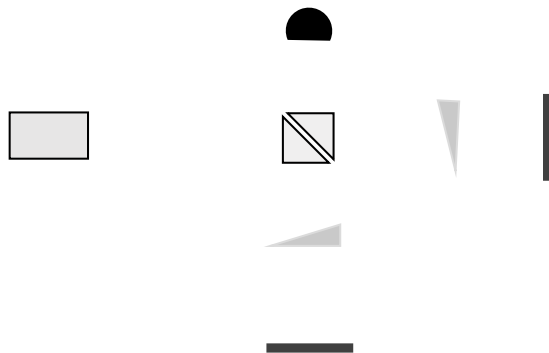
Anhang B.1.3

Anonymisierungscode:

Aufgabe 1:

An einem Michelson-Interferometer (siehe unten) tritt für klassisches Licht als Welle ebenfalls Interferenz auf.

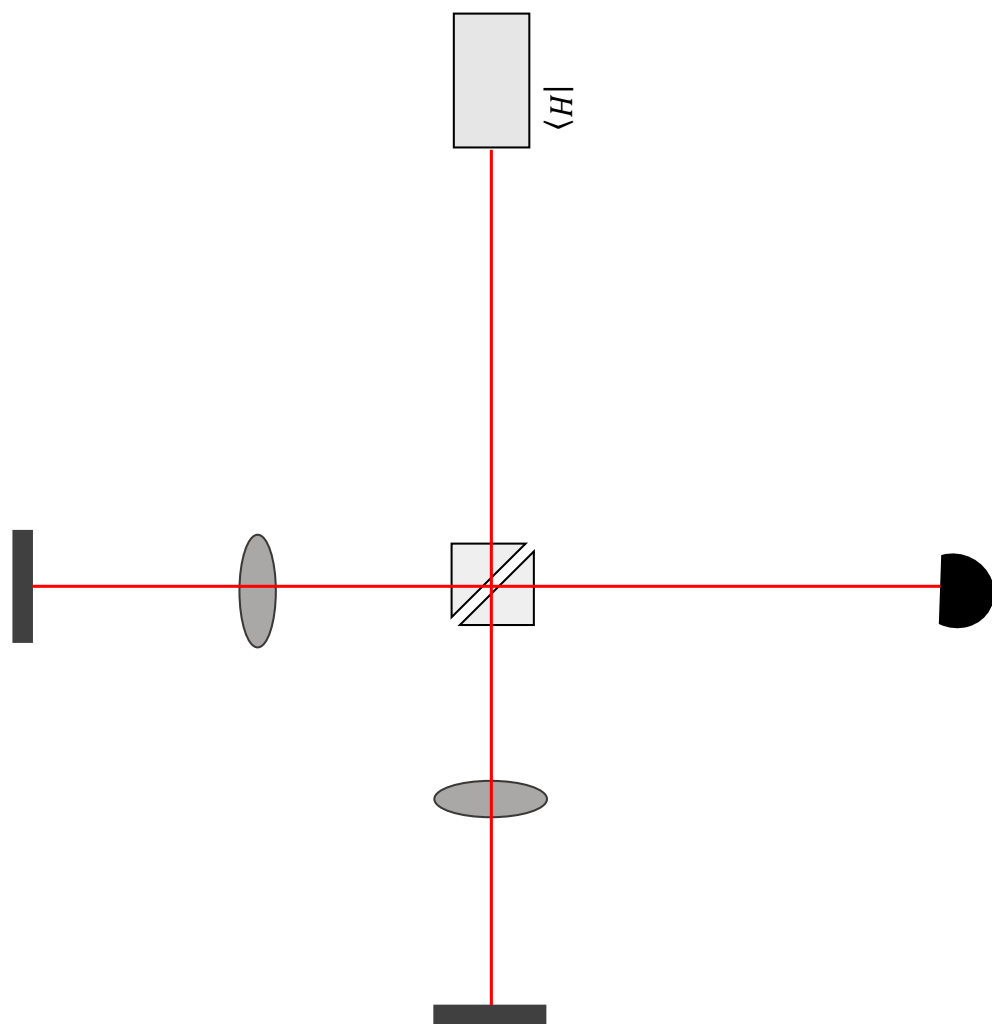
- Zeichne in Abbildung A die möglichen Wege klassischen Wege ein, entlang denen sich Licht ausbreiten kann.
- Benenne die Zustände, in denen sich ein Photon befinden würde, wenn es hinter den optischen Bauteilen detektiert würde.
- Entscheide begründet, ob für Einzelphotonen am Michelson-Interferometer Interferenz auftritt.



Aufgabe 2:

Eine Lichtquelle, mit der die Photonen erzeugt werden, die ein Michelson-Interferometer durchlaufen, sendet Photonen aus, die sich im Polarisations-Zustand $|H\rangle$ befinden.

- Gib mögliche Einstellungen der Polarisationsfilter an, für die aufgrund der Komplementarität keine Interferenz auftritt.
- Beschreibe, wie das Interferenzmuster durch den Einsatz eines dritten Polarisationsfilters wieder auftritt und zeichne die Möglichkeit in die Abbildung ein.
- Beschrifte die Zustände, in denen sich ein Photon hinter den optischen Bauteilen befinden würde.
- Zeichne ein, an welchen Stellen die Photonen lokalisiert sind und an welchen Stellen nur Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können, die durch eine Wellenfunktion beschrieben werden.



Anhang B.2

Anhang B.2.1

Inhaltliche Key-Ideas in der Akzeptanzbefragung 2 (quantitativ) Informationsangebot

Key-Idea 1: Licht besteht aus Photonen

- a) Klassisches Licht:
 - Licht als Lichtstrahl und Licht als Welle
- b) Licht als Strom von Photonen
- c) Photonen:
 - Photonen werden als kleinste, unteilbare Energieportionen des Lichts beschrieben
- d) Teilbarkeit klassisch:
 - Klassisches Licht als Welle oder Strahl lässt sich am Strahlteiler aufteilen
- e) Unteilbarkeit Photon:
 - Kleinste Energieportionen (Photonen), werden am Strahlteiler entweder transmittiert oder reflektiert
 - nicht klassisch erklärbar
- f) Strahlteiler
 - Strahlteiler als halbdurchlässiger Spiegel, der Licht reflektieren und transmittieren kann

Key-Idea 2: Photonen verhalten sich am Strahlteiler zufällig

- a) Wahrscheinlichkeiten für Transmission und Reflexion
 - Es können Wahrscheinlichkeiten/Anteile angegeben werden, dass Photonen transmittiert bzw. reflektiert werden
- b) Nicht-Vorhersagbarkeit für einzelne Photonen
 - Es kann für ein Photon nicht vorhergesagt werden, ob dieses transmittiert oder reflektiert wird
- c) Vorhersagbarkeit klassisch
 - In der klassischen Physik können Ergebnisse mit Formeln berechnet werden
- d) Stochastische Vorhersagbarkeit im Experiment
 - Im Experiment halbiert sich die Zählrate am Strahlteiler und es kann nicht vorhergesagt werden, ob das nächste Photon transmittiert, oder reflektiert wird
- e) Koinzidenzen als Trick zur Messung
 - Messung gleichzeitiger Ereignisse, um nur die relevanten Photonen zu betrachten und Umgebungslicht als Störquelle zu umgehen

Key-Idea 3: Interferenz von Licht als elektromagnetische Welle

- a) Interferenz von Wellen
 - Licht als Welle hat die Fähigkeit zur Interferenz
- b) Phasenverschiebung
 - Verschiebung der Wellen zueinander bestimmt Interferenz
- c) Im Mach-Zehnder-Interferometer überlagert sich Licht, welches sich entlang verschiedener Wege ausgebreitet hat
- d) Glaskeile können im Mach-Zehnder-Interferometer optische Weglängen verändern (Licht braucht länger, um dickere Glasschicht zu durchlaufen)
- e) Photonen können mit sich selbst interferieren
- f) Im Mach-Zehnder-Interferometer tritt im Experiment für Photonen und klassisches Licht Interferenz auf.
 - Beim Verfahren des Glaskeils tritt in einem bestimmten Bereich abwechselnd konstruktive und destruktive Interferenz auf (Maximum-Minimum der Zählrate)
- g) Da sich Photonen nicht aufteilen lassen können Photonen nicht beide klassischen Wege gehen und da Interferenz auftritt, können Photonen auch nicht entweder transmittiert oder reflektiert werden und dabei einen möglichen Weg realisieren
- h) Die Wahrscheinlichkeiten werden durch eine Wellenfunktion beschrieben, deren Betragsquadrat die Wahrscheinlichkeit für die Detektion bestimmter Zustände angibt

Key-Idea 6: Die mathematische Grundstruktur und Schreibweise

- a) Wellenfunktion aufstellen und berechnen nicht handhabbar, Stattdessen beschreiben der Wahrscheinlichkeiten hinter optischen Bauteilen
- b) Ein Strahlteiler hat zwei Eingänge und zwei Ausgänge. Die Wahrscheinlichkeit an dem einen oder anderen Ausgang auf den Strahlteiler zu treffen, diesen zu verlassen, können durch einen Input- und einen Output-Vektor beschrieben werden
- c) Der Übergang von Input- zu Output-Vektor wird durch eine Matrix beschrieben

Key-Idea 7: Vektor-Matrix-Multiplikation

- a) Matrizen werden nach dem Prinzip Zeile mal Spalte multipliziert

Key-Idea 8: Mathematische Modellierung des Strahlteilers

- a) Die Wahrscheinlichkeiten für Reflexion und Transmission werden durch einen Reflexions- und Transmissionskoeffizienten beschrieben
- b) Am Strahlteiler tritt bei Reflexion ein Phasensprung auf
 - Sonst passen Ergebnisse nicht zum Ergebnis des Experiments und Energieerhaltung wäre nicht erfüllt
- c) Zweimaliger Phasensprung entspricht Multiplikation mit -1 , also entspricht Multiplikation mit $i = \sqrt{-1}$ dem Phasensprung bei Reflexion
- d) Phase kann an Kreis aufgetragen werden
- e) Das Betragsquadrat entspricht nun der Wahrscheinlichkeit (Satz von Pythagoras)
- f) Berechnung für Mach-Zehnder Interferometer
- g) Veranschaulichung durch Zeigerdiagramme

Key-Idea 9: Mathematische Modellierung der Glaskeile

- a) Betragsquadrat einer komplexen Zahl ist die Wahrscheinlichkeit, zugehöriger Winkel die Phase
- b) Beliebige Phasenverschiebung am Glaskeil kann durch Matrix beschrieben werden
- c) Berechnung der Wahrscheinlichkeiten am Mach-Zehnder Interferometer mit Phasenverschiebung durch Glaskeile
- d) Veranschaulichung durch Zeigerdiagramme

Anhang B.2.2

Licht in der Quantenphysik-Das Photon

In der Quantenphysik wird Licht nicht als Lichtstrahl, oder elektromagnetische Welle, sondern als ein Strom von Photonen beschrieben.

Das Photon

Ein Photon ist die kleinste, unteilbare Energieportion von Licht. Photonen werden auch als Lichtquanten bezeichnet. Nach Einsteins Lichtquantenhypothese ist Licht ein Strom von Photonen.

Die Existenz von Photonen zeigt sich in Experimenten an Strahlteilern. Ein Strahlteiler ist ein optisches Bauteil, an dem einfallendes Licht teilweise transmittiert (durchgelassen) wird und teilweise reflektiert wird (siehe Abbildung 2).



Abbildung 2: Aufteilung von Lichtstrahl und Lichtwelle an einem Strahlteiler

Dies ist zum Beispiel an einem halbdurchlässigen Spiegel der Fall. Es kann gleichzeitig durch ihn hindurchgesehen und das Spiegelbild betrachtet werden.

Im Experiment zeigt sich, dass es kleinste Energieportionen gibt, die am Strahlteiler entweder transmittiert (durchgelassen) oder reflektiert werden. Diese kleinsten Energieportionen, die sich nicht aufteilen lassen, werden als Photonen bezeichnet.

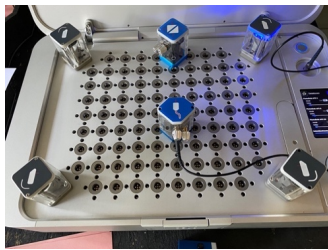
Die Wesenszüge der Quantenphysik Die stochastische Vorhersagbarkeit

1. Wesenszug: Die stochastische Vorhersagbarkeit

Einzelne Messergebnisse können in der Quantenphysik in der Regel nicht vorhergesagt werden. Es lassen sich jedoch Wahrscheinlichkeiten für den Ausgang eines Experiments angeben.

Während es in der klassischen Physik in der Regel Formeln gibt, mit denen der Ausgang von Experimenten berechnet und vorhergesagt werden kann, ist dies in der Quantenphysik nicht der Fall. Dies liegt nicht daran, dass die richtigen Formeln nur noch nicht gefunden worden sind. Vielmehr ist das Verhalten einzelner Quantenobjekte nicht direkt berechenbar und vorhersagbar.

Dieser Wesenszug lässt sich in Experimenten am Strahlteiler beobachten. Für ein einzelnes Photon, das auf einen 50/50-Strahlteiler trifft, kann nicht vorhergesagt werden, ob dieses an dem Strahlteiler transmittiert (durchgelassen) oder reflektiert wird. Es können allerdings Wahrscheinlichkeiten dafür angegeben werden, dass entweder die Transmission oder die Reflexion stattfindet.



Video: Versuch 2

Trick: Es werden Paare von Photonen erzeugt und detektiert, um erzeugte Photonen von Umgebungslicht unterscheiden zu können.

Kurzschriftweise von Zuständen:

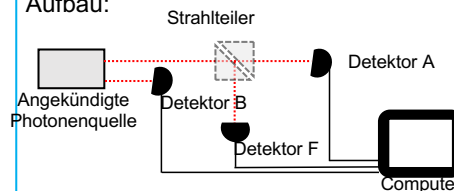
Um Zustände von Quantenobjekten kurz schreiben zu können, wird die BraKet-Notation genutzt:

Strahlteiler: $|T\rangle$ „transmittiert“

$|R\rangle$ „reflektiert“

Versuch 2: Das Verhalten von Einzelphotonen am Strahlteiler

Aufbau:



Eine angekündigte Photonenquelle sendet aus zwei Ausgängen Photonen aus. Die Photonen aus einem Ausgang werden zur Ankündigung an Detektor B detektiert.

Die Photonen aus dem anderen Ausgang werden zunächst direkt an Detektor A detektiert. Dann wird in den Strahlengang ein 50/50-Strahlteiler eingesetzt. Hinter den beiden Ausgängen des Strahlteilers werden mit den Detektoren A und F ankommende Photonen detektiert.

Das Signal wird durch einen Computer verarbeitet und die gleichzeitigen Ereignisse (innerhalb eines Koinzidenzfensters $\tau = 10 \text{ ns}$) an den Detektoren werden, als Koinzidenzen ausgegeben. Es werden zunächst mit einer hohen Intensität Photonen emittiert. Anschließend wird der Pumplaser so weit heruntergeregelt, dass nur noch einzelne Koinzidenzen $A \cap B$ und $F \cap B$ pro Sekunde detektiert werden.

Die Fähigkeit zur Interferenz

2. Wesenszug: Die Fähigkeit zur Interferenz

Einzelne Quantenobjekte können mit sich selbst interferieren, wenn es mehr als eine klassische Möglichkeit gibt ein Messergebnis zu erhalten.

Mit den Experimenten an Strahlteilern konnte gezeigt werden, dass Quantenobjekte als kleinste Energiepakete nicht zerlegt werden können und, dass der Ausgang von Experimenten mit einzelnen Quantenobjekten dem Zufall unterliegt. Bei Photonen als Lichtquanten stellt sich nun die Frage, wie dies mit den bisherigen klassischen Vorstellungen von Licht verbunden werden kann. Klassisch wurde Licht als elektromagnetische Welle beschrieben. Licht hat die Fähigkeit zur Interferenz bei der Überlagerung mehrerer Lichtwellen. Es stellt sich daher die Frage, ob und wie sich diese Eigenschaft auch bei Quantenobjekten, insbesondere bei Photonen bemerkbar macht.

Interferenz kann zum Beispiel in Interferometern und Experimenten am Doppelspalt oder Gitter beobachtet werden. In einem Mach-Zehnder-Interferometer wird einfallendes Licht an einem ersten Strahlteiler aufgeteilt und an einem zweiten wieder überlagert (Abbildung 19). Zusätzlich befinden sich in den beiden möglichen Wegen Glaskeile.

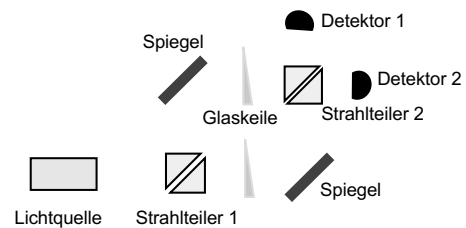


Abbildung 19: Schematischer Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers mit Glaskeilen

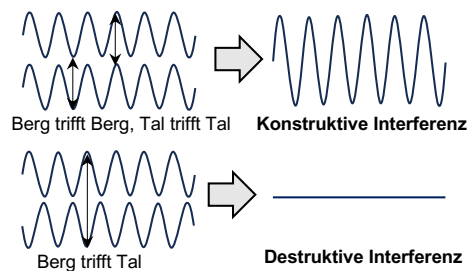


Abbildung 20: Konstruktive und destruktive Interferenz

Da die Lichtgeschwindigkeit in Glas geringer als in Luft ist, führt eine dickere Glaschicht zu einer längeren Laufzeit des Lichts und der Photonen. So entstehen Laufzeitunterschiede zwischen den verschiedenen Wegen zwischen den Strahlteilern, je nachdem wie dick die Glaschichten in den beiden Wegen sind (Abbildung 21). Mit den Glaskeilen kann die optische Weglänge variiert werden.

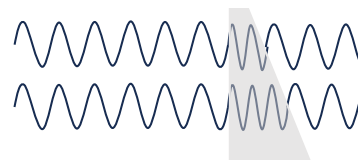


Abbildung 21: Laufzeitunterschiede am Glaskeil

So ist es nicht notwendig die Spiegel zu bewegen, um Wegunterschiede zu variieren und die Interferenz zu untersuchen.

Für Quantenobjekte:

„Um ein Photon an Detektor 1 zu detektieren, gibt es die Möglichkeit, dass dieses von beiden Strahlteilern transmittiert, oder von beiden Strahlteilern reflektiert wird.“ Als Zustand lässt sich dies wie folgt schreiben: $|TT + RR\rangle$.

„Um ein Photon an Detektor 2 zu detektieren, gibt es die Möglichkeit, dass dieses von jeweils einem Strahlteiler transmittiert und einem Strahlteiler reflektiert wird.“ Als Zustand lässt sich dies wie folgt schreiben: $|RT + TR\rangle$.

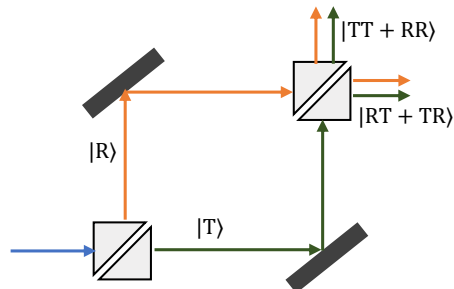
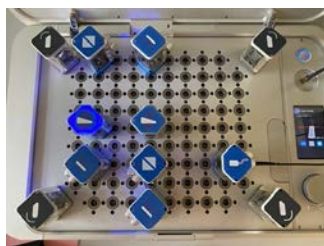
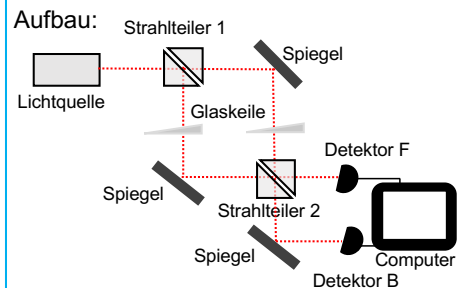


Abbildung 22: Wege im Interferometer



Video: Versuch 5)

Versuch 5: Einzelphotonen im Mach-Zehnder-Interferometer



Der Versuch wird mit verschiedenen Lichtquellen durchgeführt. Zunächst wird er mit einem sichtbaren Laser durchgeführt. Dabei wird ein Detektor durch ein Blatt Papier ersetzt, um das Licht, welches sonst vom Detektor gemessen wird, sehen zu können. Dann wird der Detektor wieder eingesetzt und die Zählrate gemessen. Im Anschluss wird die angekündigte Photonenquelle ohne Ankündigung verwendet. Das von der Lichtquelle ausgesendete Licht wird in ein Mach-Zehnder-Interferometer geschickt. An den Ausgängen des Interferometers wird das einfallende Licht (die Photonen) detektiert und als Zählrate ausgegeben. Mit Hilfe der Glaskeile wird die optische Weglänge in den beiden Strahlengängen des Interferometers variiert.

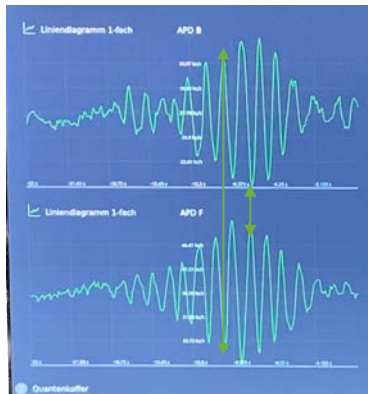


Abbildung 23: Interferenz von Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer

„Wenn es mehrere ununterscheidbare klassische Wege gibt, die zu einem Messergebnis führen, realisiert das Quantenobjekt keinen dieser Wege. Photonen nehmen keine Wege.“

„Es ist objektiv unbestimmt, auf welchem Weg ein Photon zum Detektor gelangt.“

Die Wahrscheinlichkeit für die Detektion bestimmter Zustände wird durch das Betragsquadrat einer Wellenfunktion ψ angegeben.

$$P(x, t) = |\psi(x, t)|^2$$

Wellen haben die Möglichkeit zu interferieren, wodurch die Interferenz einzelner Quantenobjekte, wie zum Beispiel von Photonen am Strahlteiler mit Hilfe der Wellenfunktion beschrieben werden kann. Da die Wellenfunktion im allgemeinen sämtliche Eigenschaften der Quantenobjekte beschreibt, kann diese nicht mit einfachen

Mitteln berechnet werden, um die Wahrscheinlichkeiten für den Ausgang eines Experimentes anzugeben.

Soll durch die Wellenfunktion nur die Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu einer festen Zeit an einem bestimmten Ort zu detektieren, beschrieben werden, ähnelt die Wellenfunktion dem Interferenzmuster in Versuch 5:

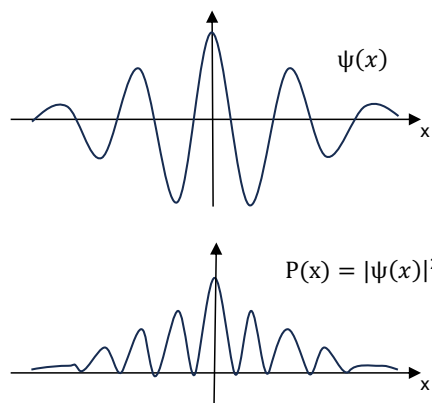


Abbildung 24: Wellenfunktion und Wahrscheinlichkeit

Am Interferometer wird die Wellenfunktion am ersten Strahlteiler aufgeteilt und am zweiten wieder überlagert, woraus sich Wahrscheinlichkeiten zur Detektion ergeben.

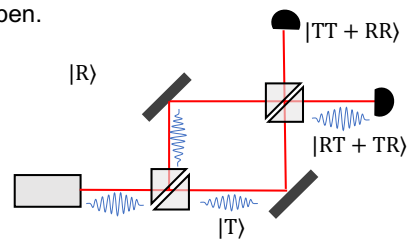


Abbildung 25: Wellenfunktion im Mach-Zehnder-Interferometer

Mathematisierung

Beschreibung des Strahlteilers

An einem Strahlteiler zeigen sich sowohl die Unteilbarkeit von Photonen als auch die Interferenz. Diese beiden Eigenschaften müssen durch die mathematische Beschreibung modelliert werden. Ein Strahlteiler besitzt zwei Eingänge und Ausgänge. Um den Schreibaufwand gering zu halten, wird das Verhalten von Photonen am Strahlteiler durch Zeilenvektoren mit zwei Einträgen beschrieben. In Zeilenvektoren werden die Einträge nebeneinander notiert. Die Betragsquadrate der Einträge geben dabei Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten eines Zustands an.

Die Eingänge eines Strahlteilers werden durch einen Input-Vektor $(x \ y)$ beschrieben. Dieser gibt an, dass mit der Wahrscheinlichkeit $P_{In1} = |x|^2$ ein Photon am ersten Eingang (In 1) auf den Strahlteiler trifft und mit der Wahrscheinlichkeit $P_{In2} = |y|^2$ ein Photon am zweiten Eingang (In 2) auf den Strahlteiler trifft.

Die Ausgänge des Strahlteilers werden durch einen Output-Vektor $(\tilde{x} \ \tilde{y})$ beschrieben.

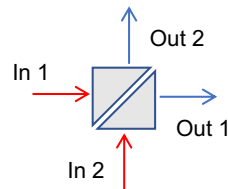
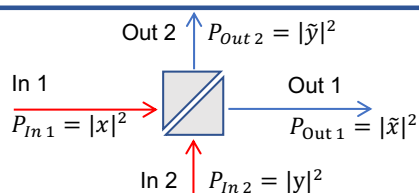


Abbildung: Benennung der Ein- und Ausgänge am Strahlteiler

Dieser gibt an, dass mit der Wahrscheinlichkeit $P_{Out1} = |\tilde{x}|^2$ ein Photon den Strahlteiler am Ausgang Out 1 verlässt und mit der Wahrscheinlichkeit $P_{Out2} = |\tilde{y}|^2$ ein Photon den Strahlteiler am Ausgang Out 2 verlässt.

Der Strahlteiler entspricht also einer Rechenoperation, bei der aus dem Eingangsvektor $(x \ y)$ der Ausgangsvektor $(\tilde{x} \ \tilde{y})$ entsteht. In der Mathematik geschieht dies, indem man eine *Matrix* mit dem Eingangsvektor multipliziert und einen Ausgangsvektor erhält. In der Physik wird die Matrix auch als *Operator* bezeichnet.

Graphisch:



Mathematisch:

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x} & \tilde{y} \end{pmatrix}$$

Input-Vektor Strahlteiler-Matrix Output-Vektor

Was ist eine Matrix? - Und wie rechnet man damit?

Eine Matrix ist eine Anordnung von Zahlen, die aussieht wie eine Mischung aus einem Vektor und einer Tabelle.

$$\text{Bsp.: } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Matrizen gibt es mit unterschiedlichen Anzahlen von Zeilen und Spalten. Eine $m \times n$ -Matrix (gesprochen m-Kreuz-n-

Im obigen Beispiel gibt es jeweils 3 Zeilen und 3 Spalten. Es handelt sich also um eine 3 x 3-Matrix. Grundsätzlich gelten unabhängig von der Größe der Matrix immer die gleichen Rechenregeln.

Zeilenvektoren können mit Matrizen multipliziert werden, indem die Einträge des Vektors mit den Einträgen der Spalten der Matrix multipliziert und aufsummiert werden:

Vektor-Matrix-Multiplikation:

$$(x \ y) \cdot \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = (x \cdot a_1 + y \cdot a_2 \quad x \cdot b_1 + y \cdot b_2)$$

Bsp.:

$$(1 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = (1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 \quad 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6) = (13 \ 16)$$

Man erkennt, dass für die Berechnung die Anzahl der Zeilen der Matrix der Anzahl der Einträge des Vektors entsprechen muss.

Bei der Vektor-Matrix-Multiplikation einer 2 x 2-Matrix mit einem Vektor mit 2 Einträgen ergibt sich erneut ein Vektor

mit 2 Einträgen. Auf eine ähnliche Art lassen sich auch zwei Matrizen miteinander multiplizieren, wenn die Anzahl der Spalten der ersten Matrix der Anzahl der Zeilen der zweiten Matrix entspricht. Als Ergebnis ergibt sich erneut eine Matrix.

Matrix-Matrix-Multiplikation:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cdot c_1 + b_1 \cdot c_2 & a_1 \cdot d_1 + b_1 \cdot d_2 \\ a_2 \cdot c_1 + b_2 \cdot c_2 & a_2 \cdot d_1 + b_2 \cdot d_2 \end{pmatrix}$$

Bsp.:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 & 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \end{pmatrix}$$

„Es wird ein Operator auf einen Zustand angewendet.“ Ist die physikalische Sprechweise für die Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor, der einen Zustand beschreibt (Zustandsvektor).

Die Wahrscheinlichkeit, dass Photonen am Strahlteiler transmittiert, oder reflektiert werden, ist eine Eigenschaft des Strahlteilers. Sie wird durch den Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizienten angegeben. Es gilt:

$$\begin{aligned} P_{trans} &= T^2 \\ P_{ref} &= R^2 \\ P_{trans} + P_{ref} &= T^2 + R^2 = 1 \end{aligned}$$

, wobei T den Transmissionskoeffizienten und R den Reflexionskoeffizienten bezeichnet. Eine naheliegende Lösung, um die Wahrscheinlichkeiten hinter einem Strahlteiler zu berechnen, wäre die Multiplikation mit der Matrix:

$$S = \begin{pmatrix} T & R \\ R & T \end{pmatrix}$$

, die die Wahrscheinlichkeit für die Transmission und Reflexion eines Photons, welches in Eingang 1 oder Eingang 2 ankommt, richtig beschreiben würde:

Photon kommt an In 1 an:

$$\begin{aligned} (1 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} T & R \\ R & T \end{pmatrix} &= (T \ R) \\ P_{Out\ 1} &= P_{trans} = T^2 \\ P_{Out\ 2} &= P_{ref} = R^2 \end{aligned}$$

Photon kommt an In 2 an:

$$\begin{aligned} (0 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} T & R \\ R & T \end{pmatrix} &= (R \ T) \\ P_{Out\ 1} &= P_{ref} = R^2 \\ P_{Out\ 2} &= P_{trans} = T^2 \end{aligned}$$

Diese Matrix kann allerdings nicht die Fähigkeit zur Interferenz beschreiben, da sie einen Phasensprung am Strahlteiler nicht berücksichtigt, der für die Interferenz von Bedeutung ist.

Der Einfluss auf die Phase zeigt sich am Mach-Zehnder-Interferometer (Versuch 4). An beiden Detektoren kann bei Variation der optischen Weglänge durch Glaskeile ein Interferenzmuster beobachtet werden. Dabei erscheint ein Maximum an einem Detektor genau dann, wenn am anderen Detektor ein Minimum gemessen wird.

Wenn an den Strahlteilern keine Phasenverschiebungen zwischen reflektiertem und transmittiertem Strahl auftreten würden, würden Unterschiede in den Phasen der Wellen ausschließlich durch die Glaskeile bestimmt. Insbesondere müssten an beiden Detektoren gleichzeitig Maxima und Minima auftreten, sodass sich die gleichen Interferenzmuster an beiden Ausgängen des Interferometers finden lassen müssten.

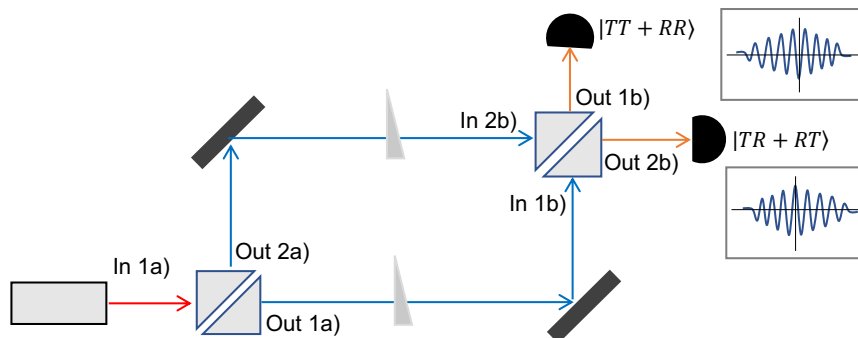


Abbildung: Mach-Zehnder-Interferometer mit Skizze der Zählraten

Bezeichne den Winkel α die Phasenverschiebung am Strahlteiler. Dann beträgt die Phasendifferenz zwischen den sich am zweiten Strahlteiler überlagernden Wellen, die durch die beiden Strahlteiler hervorgerufen wird, für den Ausgang $|TR + RT\rangle$, bei dem in beiden Möglichkeiten einmal Transmission und einmal Reflexion stattfindet, 0° und für den Ausgang $|TT + RR\rangle$ in dem die Möglichkeiten jeweils aus zweimal Transmission bzw. Reflexion bestehen $2 \cdot \alpha$. Da sich an den Detektoren die Maxima und Minima gegenüberliegen, muss gelten: $2 \cdot \alpha = 180^\circ$.

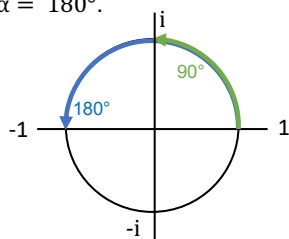
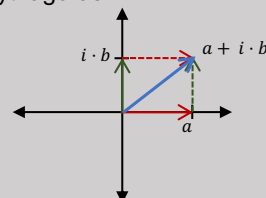


Abbildung: Skizze der Phasenverschiebung am Strahlteiler

Dem Winkel $\alpha = 90^\circ$ wird nun eine Zahl i zugeordnet. Da zweimalige Multiplikation einer Verschiebung um 180° also dem Wert -1 entspricht, ist $i = \sqrt{-1}$ mit $|i|=1$. Eine Phasenverschiebung um $\alpha = 90^\circ$ entspricht einer Multiplikation mit i .

Der Strahlteiler wird also durch eine Matrix $S = \begin{pmatrix} T & i \cdot R \\ i \cdot R & T \end{pmatrix}$ beschrieben, wobei $i = \sqrt{-1}$ gilt.

Zahlen von der Form $a + i \cdot b$ nennt man komplexe Zahlen. An dieser Stelle ist nur wichtig, dass $i = \sqrt{-1}$ und $|a + i \cdot b|^2 = a^2 + b^2$. Komplexe Zahlen lassen sich zweidimensional darstellen. a und b geben dabei die Längen der Katheten in einem rechtwinkligen Dreieck an. $|a + i \cdot b|^2$ ergibt sich dann mit dem Satz von Pythagoras.

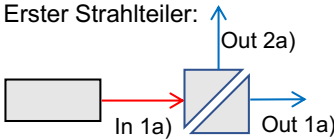


Berechnung der Wahrscheinlichkeiten im Mach-Zehnder Interferometer:

Die Strahlteiler im Mach-Zehnder-Interferometer sind 50/50-Strahlteiler. Für die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten gilt also: $T = R = \frac{1}{\sqrt{2}}$

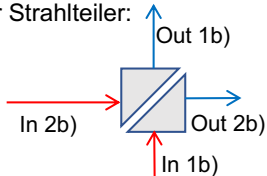
Das heißt $S = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ ist die Strahlteiler-Matrix.

Erster Strahlteiler:



Input: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ Strahlteiler-Matrix: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Output: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

Zweiter Strahlteiler:



Input: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Strahlteiler-Matrix: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Output: $\begin{pmatrix} 0 & i \end{pmatrix}$

Alternativ kann direkt der ganze Aufbau (siehe Abbildung) betrachtet werden:

Input: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ Strahlteiler-Matrix 1: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Strahlteiler-Matrix 2: $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ Output: $?$

Mach-Zehnder-Interferometer-Matrix

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i \end{pmatrix}$

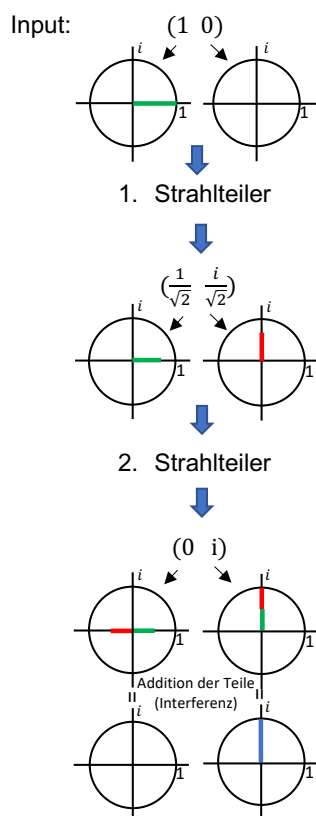
Es ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten:

$$P_{|TT+RR\rangle} = 0^2 = 0$$

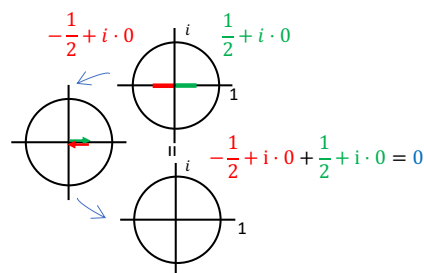
$$P_{|TR+RT\rangle} = |i|^2 = 1^2 = 1$$

Photonen, die durch das Mach-Zehnder Interferometer geschickt werden, werden immer an Ausgang Out 2b) detektiert, wenn die Glaskeile keine Weglängenunterschiede herbeiführen.

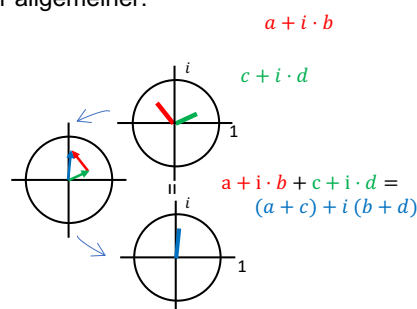
Zur Veranschaulichung können die Einträge der Vektoren gezeichnet werden. Dabei steht der Betrag der Zahl, also die Länge der Linie für die Wahrscheinlichkeit und die Richtung für die Phase der Wellenfunktion. Die Phase variiert in der Realität, je nachdem wo gemessen wird. Da nur die Phasendifferenz relevant ist, beeinflusst dies die Wahrscheinlichkeiten nicht. Diese zeichnerische Darstellung sieht für das Mach-Zehnder-Interferometer wie folgt aus:



Im letzten Schritt bei der zeichnerischen Darstellung wird die Interferenz sichtbar. Die verschiedenen Möglichkeiten werden addiert, indem die Striche „aneinandergesetzt“ werden.



Oder allgemeiner:



Durch die Verwendung der komplexen Zahlen, ist es möglich beliebige Phasenverschiebungen zu beschreiben. Dies ermöglicht es auch die Glaskeile, die zu einer beliebigen Phasenverschiebung führen können, in Form einer Matrix, zu modellieren. Da die Schreibweise für beliebige Winkel schnell unübersichtlich wird, werden für den Glaskeil nur bestimmte Phasenverschiebungen modelliert.

Glaskeile wie sie im Mach-Zehnder-Interferometer eingesetzt werden, um die optische Weglänge zu variieren, ändern die Phase der Welle. Dadurch werden im Experiment abwechselnd Maxima und Minima detektiert. Bei der Definition von i wurde ausgenutzt, dass die Multiplikation mit einer komplexen Zahl auf dem Einheitskreis der Phasenverschiebung um den zugehörigen Winkel entspricht. Es ergeben sich die folgenden Spezialfälle:

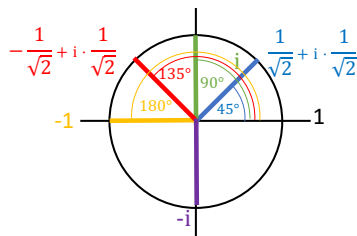
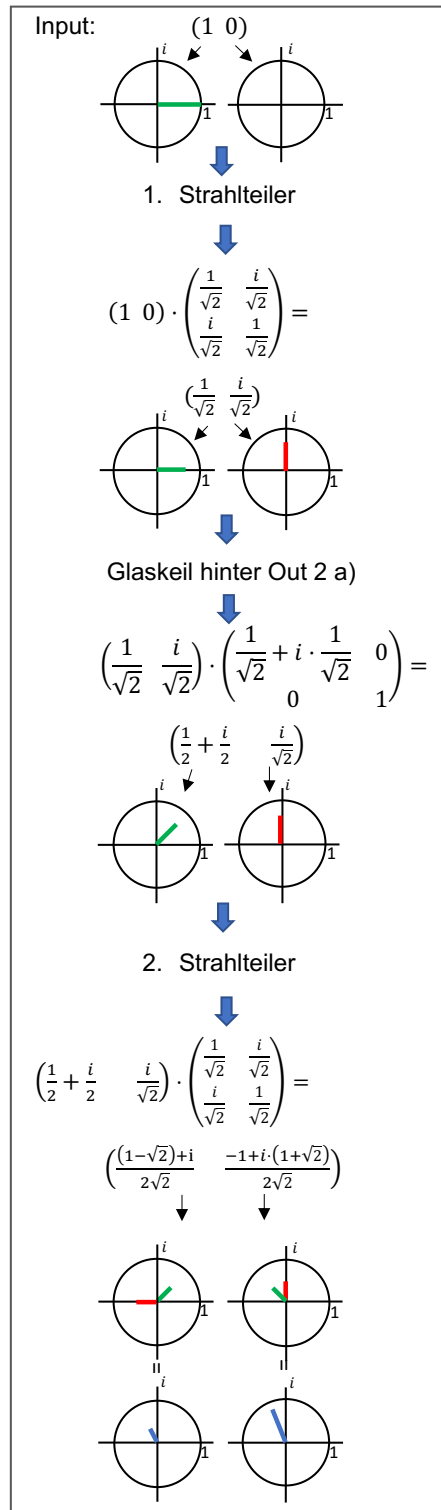


Abbildung: Phasenverschiebungen als komplexe Zahlen

Eine Phasenverschiebung um den Winkel 45° am Glaskeil entspricht also zum Beispiel einer Matrix, die den vorherigen Wert im entsprechenden Strahlengang mit der Zahl $\frac{1}{\sqrt{2}} + i \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ multipliziert und den anderen nicht verändert. Für die erste Komponente wäre dies:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} + i \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mit einem solchen Glaskeil, der eine Phasenverschiebung um 45° hervorruft, ergeben sich die Rechnung und Skizzen rechts.



Anhang B.2.3

Aufgabe 1:

Ein Photon trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von $P_{In1} = \frac{16}{25}$ an Eingang 1 und mit der Wahrscheinlichkeit $P_{In2} = \frac{9}{25}$ an Eingang 2 auf den Strahlteiler. Gib den Input-Vektor an.

Aufgabe 2:

Gib an, mit welchen Wahrscheinlichkeiten ein Photon hinter den Ausgängen 1 und 2 hinter einem Strahlteiler detektiert wird, wenn $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \end{pmatrix}$ der Output-Vektor ist.

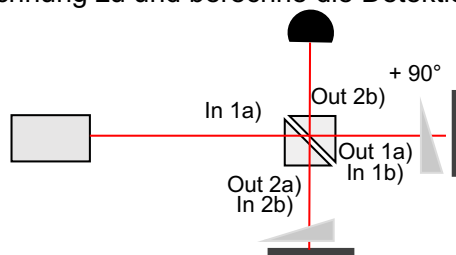
Aufgabe 3:

Berechne die folgenden Produkte.

i) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} =$

ii) $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

Aufgabe 5: Ordne dem folgenden Michelson-Interferometer die passende Rechnung zu und berechne die Detektionswahrscheinlichkeit am Detektor.



a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

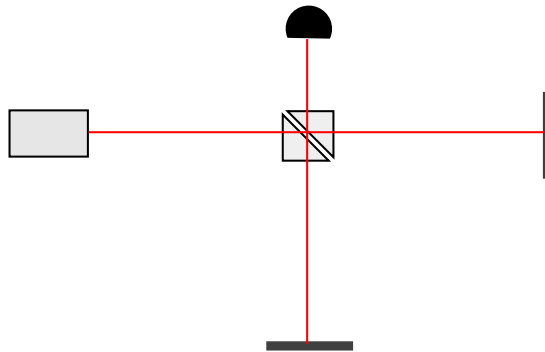
b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} + i \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} + i \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

Aufgabe 4:

Überführe das Michelson-Interferometer in eine Rechnung. Beschrifte zunächst Input und Output am Strahlteiler:



Anhang B.3

Die Versionen der Videos von den Versuchen, in der sie in der Akzeptanzbefragung eingesetzt wurden, kann über den folgenden Link in Sciebo:

<https://ruhr-uni-bochum.sciebo.de/s/Fii2Z7e0sdnhVAY>

Und über den folgenden Pfad auf dem Server der Physikdidaktik abgerufen werden:

smb://dps.d.physik.ruhr-uni-bochum.de/Abschlussarbeiten/MA

Cleve/Akzeptanzbefragung/Versuchsvideos_Akzeptanzbefragung

Anhang C

Anhang C.1

Transkriptionsregeln

Zur Transkription wurden in Anlehnung an Burde (2018, S.129) und Dresing und Pehl (2018, S. 21-22), die folgenden Transkriptionsregeln festgelegt:

1. Der Interviewer wird mit dem Buchstaben „I:“ und der Befragte mit dem Buchstaben „B:“ abgekürzt.
2. Jeder Sprecherbeitrag erhält einen eigenen Absatz. Zwischen den Sprechern gibt es eine freie, leere Zeile. Absätze erhalten eine Zeitmarke, wenn diese oder der vorherige nicht nur aus einem kurzen Einwurf, oder einem Rezeptionssignal bestehen.
3. Die Audioaufnahmen werden wörtlich transkribiert.
4. Wortverschleifungen werden an das Schriftdeutsch angenähert. Aus „So ´n Photon“ wird „so ein Photon“.
5. Bedeutsame Sprechpausen wurden durch drei Punkte (...) und gegebenenfalls dem Grund für die Pause verschriftlicht.
6. Wort- und Satzabbrüche werden mit "/" markiert.
7. Sprecherüberlappungen werden mit „//“ gekennzeichnet. Bei Beginn des Einwurfes folgt ein „//“. Der Text, der gleichzeitig gesprochen wird, liegt dann innerhalb dieser „//“ und der Einwurf der anderen Person steht in einer separaten Zeile und ist ebenfalls mit „//“ gekennzeichnet.
8. Umgangssprachliche Partikel wie „ne?“ werden transkribiert.
9. Emotionale nonverbale Äußerungen der befragten Person und des Interviewers, welche die Aussage unterstützen oder verdeutlichen (zum Beispiel lachen), werden in Klammern notiert.
10. Rezeptionssignale und Fülllaute aller Personen („hm, ja, aha, ähm“ etc.) werden transkribiert, da diese zur Einschätzung der Akzeptanz relevant sein können.
11. Unterbrechungen werden durch „[Unterbrechung]“ gekennzeichnet.
12. Nonverbale Hinweise, die für das Verständnis der Aussagen notwendig sind, wie zum Beispiel das Zeigen auf eine bestimmte Abbildung, werden in Klammern notiert.

Anhang C.2

Die Transkripte der Akzeptanzbefragungen können über den folgenden Pfad auf dem Server der Physikdidaktik abgerufen werden:

smb://dps.d.physik.ruhr-uni-bochum.de/Abschlussarbeiten/MA
Cleve/Akzeptanzbefragung/Transkripte_Akzeptanzbefragung

Anhang C.3

Befragung nach der Akzeptanz: Beispielantworten

Vollständige Akzeptanz

„Also ich habe die Erklärungen jetzt eigentlich komplett verstanden und das war auch relativ leicht zu verstehen mit den Abbildungen.“

Eingeschränkte Akzeptanz

„Also ich glaube das mit der Interferenz von Wellen habe ich ganz gut verstanden, auch mit den Abbildungen, da konnte man sich das ganz schön vorstellen. Aber dass Photonen keine Wege gehen, habe ich jetzt noch nicht so ganz verstanden glaube ich, das war ein bisschen kompliziert.“

Keine Akzeptanz

„Also da habe ich jetzt irgendwie nicht so viel verstanden. Das war schon sehr kompliziert und irgendwie haben mich die Abbildungen noch zusätzlich verwirrt.“

Anhang C.4

Paraphrasierungen zur Unteilbarkeit von Photon: Beispielantworten

Gelungene Paraphrasierung

„Ja, also ich habe das jetzt so verstanden, dass Licht klassisch als Strahl oder als Welle beschrieben wurde und dass man Licht da halt immer aufteilen konnte. So wie man das halt so kennt. Aber bei ganz kleinen Lichtmengen hat man gemerkt, dass die sich gar nicht immer weiter aufteilen lassen, sondern dass es da unteilbare Portionen gibt. Licht besteht dann aus diesen kleinen Portionen und die werden Photonen genannt.“

Befriedigende Paraphrasierung

„Ja, also klassisch war Licht halt sone Welle, oder ein Strahl, aber jetzt beschreibt man das halt mit so Photonen. Das sind halt kleine Portionen von Licht.“

„Kannst du auch noch beschreiben, warum man Licht jetzt als so einen Strom von Photonen beschreibt?“

„Mmh, also das hat man halt am Strahlteiler gesehen, aber ich weiß jetzt nicht mehr so ganz genau warum.“

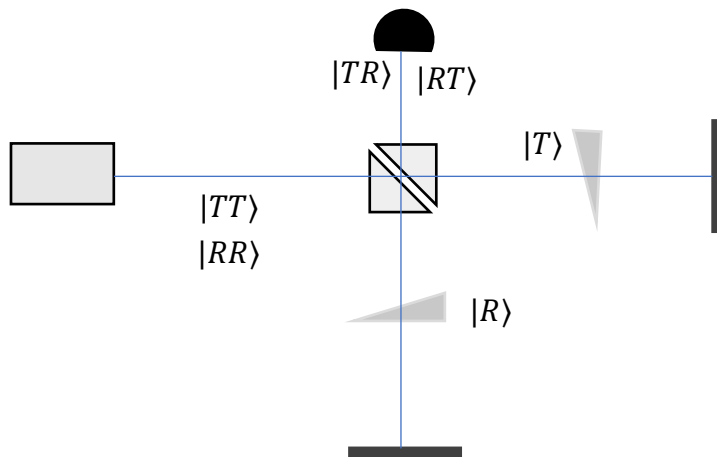
Mangelhafte Paraphrasierung

„Ja also Licht ist jetzt irgendwie ein Photon oder eine Welle und wenn Licht auf einen Strahlteiler trifft, dann kann das da halt so durchgehen.“

Anhang C.5

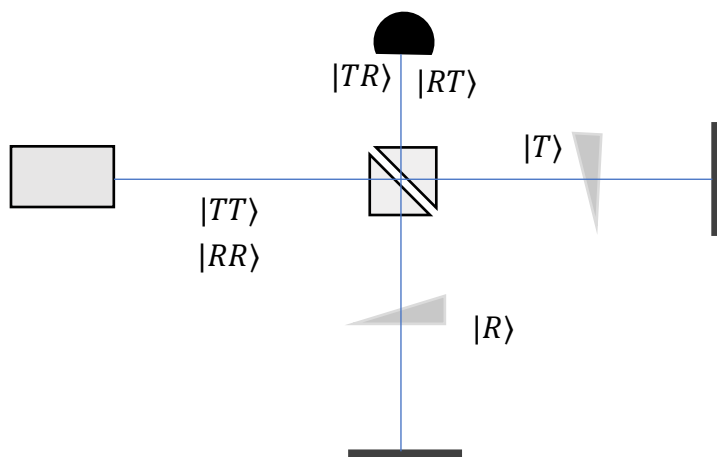
Beispiellösungen Aufgabe 1 Akzeptanzbefragung 1 (qualitativ)

Gute Lösung



„Für Photonen tritt am Michelson-Interferometer Interferenz auf, weil es mehrere mögliche Wege gibt zum Detektor zu kommen.“

Befriedigende Lösung



„Was ist nochmal ein Zustand?“

„Zustände waren so etwas reflektiert, oder transmittiert.“

„Ah, das war dann das mit dem R und dem T?“

„Ja genau.“

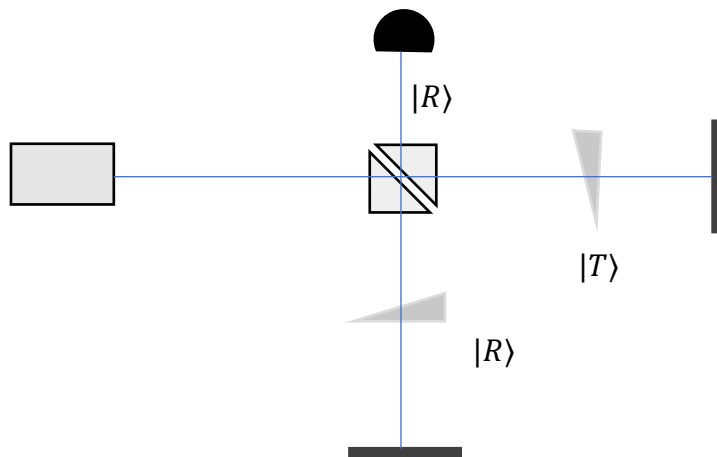
„Mmh und hier, wie schreibt man das jetzt, wenn das von hier hierhin kommt?“

„Also ich würde vermuten, dass das vielleicht auch interferiert.“

„Wann tritt denn Interferenz auf?“

„Ja wenn es mehrere Möglichkeiten gibt. Ich würde sagen hier gibt es Interferenz. Wir haben ja mehrere Möglichkeiten.“

Mangelhafte Lösung



„Was ist nochmal ein Zustand?“

„Zustände waren so etwas reflektiert, oder transmittiert.“

„Ja, und wie schreibt man das auf?“

„das war hier in der Grafik zum Beispiel, wie man das notieren kann.“

„Achso.“

„Und woher soll ich jetzt wissen, ob das interferiert?“